〈論　説〉

エコノミクス
第18巻第2･3･4号
2014年３月

科学方法論からみたコウホート分析の新解釈

－危機からの脱出のパラダイム（詳論）－

川口　雅正

エコノミクス編集委員への謝辞

私は本年３月31日付で九州産業大学を定年退職することとなりましたが，コウホート分析に関する研究は専修大学名誉教授の森宏先生との共同研究として取組んできましたので，関連する論文の殆どは専修大学の出版物である『専修経済学論集』や『専修大学社会科学年報』に掲載して頂いてきました。今回私の定年退職に当たり，エコノミクス編集委員の暖かいご配慮により，十分な紙数も頂くことができるようになりましたので，紙数制限のためかなり簡略化した森宏先生との共著論文（川口雅正・森宏「科学方法論からみたコウホート分析の新解釈－危機からの脱出のパラダイム－」『専修大学社会科学年報』第48号，65-91頁，平成26年２月）の私の担当部分を詳細に展開させて頂きたいと思います。このような機会を頂くことができ大変感謝しています。

はじめに

今から30年以上むかし，私は若き日の数年の歳月をかけて，統計学の学問的性質に関する研究に取組んだ。川口（1981）はその研究成果をまとめたも

のであるが，この研究が注目されることは殆どなかった。しかしこの研究はその後の私の研究生活の出発点となった。不思議なめぐり合わせであるが，現在取組んでいる A/P/C コウホート分析の研究に，三十年以上むかしのこの研究が解決の糸口を与えてくれそうな気がしてきた。この点についてトーマス・クーンの以下のような分析の枠組みを利用して，最初に述べておきたい。

トーマス・クーンの分析の枠組

トーマス・クーンはその著書『科学革命の構造』中山茂訳（1971）の中で，「科学革命」，「パラダイム」，「通常科学」，「危機」という新たなコンセプト（用語）を科学史の分野に導入したことで有名である。「通常科学」とは，特定の科学者集団が一定期間，一定の過去の科学的業績を受け入れ，それを基礎として進行させる研究を意味している（上掲書12頁)。そのような基礎的業績は，その研究分野の正当な問題と方法を定める役割をはたしている。それができるのは, 次の二つの本質的な性格をそのような基礎的業績(古典）がみな持っているからである。一つには，それらの業績が，他の対立競争する科学研究活動を棄てて，それを支持しようとする特に熱心なグループを集めるほど，前例のないユニークさを持っているからであり，いま一つにはその業績を中心として再構成される研究グループに解決すべきあらゆる種類の問題を提示してくれているからである。これら二つの性格を持つ業績を, クーンは「パラダイム paradigm」と呼んでいる（上掲書12-13頁)。

パラダイムという用語は，通常科学という用語と密接に関連するものである。実際の科学の仕事の模範となっている例（法則，理論，応用，装置を含めた）があって，それが一連の科学研究の伝統をつくるモデルとなるようなものを，クーンはパラダイムという用語で示そうと考えたのである（上掲書13頁)。通常科学の研究の中で，専門家の期待どおりの結果にならず，繰返し変則性が生じるような状態になると，通常科学は混乱してしまう。そして専門家たちが，もはや既存の科学的伝統を覆すような不規則性を避けることができないようになった時（つまり「危機」に直面した時)，ついにその専

門家たちを新しい種類の前提，新しい科学の基礎に導くという異常な追求が始まるのである。専門家たちに共通した前提をひっくり返してしまうような異常な出来事を，クーンは「科学革命」と呼んでいる。科学革命とは，通常科学の伝統に縛られた活動と相補う役割をし，伝統を断絶させるものである（上掲書７頁)。

クーンは次のように述べている。「本書で科学の発展を，非累積的断絶で区切りをつけられた伝統に縛られた期間の継起として描いたかぎりにおいては，その論点は確かに広い応用性を持っている。しかし，この点はもともと他の分野から借りてきたものであるから，そうなるのは当然である。・・*中略*・・。このような考え方に関して私が独創的であるとすれば，それは主に，もっと違った道で発展すると広く考えられていた科学に同じ考え方を応用したことにあるのである。そのほかに，私がはっきり取り出せる意味のある貢献の唯一のものは，具体的な成果，見本例としてのパラダイムの観念である。・・*中略*・・。科学の発展は，これまで普通に考えられていた以上に他の分野の発展によく似ているが，また，決定的に異なった点があるのである。たとえば，科学は少なくともその発展のある点以後は，他の分野にないような道に従って進歩する。」(上掲書240-241頁)。

また中山茂は訳者あとがきの中で次のように述べている。「クーンが本書で導入した新しい用語を簡単に結びつけてみると,「科学革命」が起こって科学者たちは新しい「パラダイム」の下に「通常科学」の伝統を拓き，その伝統の中で「危機」が起ると, 次の科学革命を準備する, ということになる。」（上掲書271頁)。

本研究の課題：危機（迷路）からの脱出のパラダイムの考察

以上のようなトーマス・クーンの分析の枠組みを利用すると，本研究の課題は簡潔に次のように述べられる。つまり，A/P/C コウホート分析の現在のパラダイムはどのようにして形成され，そのパラダイムの下でどのように研究が進展してきたのであろうか。また現在のパラダイムの下で，A/P/C コウホート分析はどのような危機に瀕しているのであろうか。特に科学方法

論からみてどのような危機に瀕しているのであろうか。そのような危機（迷路）から脱出するためには，どのような新たなパラダイムが必要であろうか。本研究の課題はこれらの点について分析し，危機（迷路）からの脱出のパラダイムについて考察することである。その準備として次に，川口（1981）の中で述べた科学方法論を必要な範囲内で簡潔に要約しておきたい。

第１章　川口（1981）の科学方法論の要点

科学とは何であろうか，また科学の方法とは何であろうか。これらの点について，後の議論で必要となる範囲内で，私の考えを簡潔に述べておきたい。以下技術，科学，科学の方法について述べ，その後で科学の方法を構成する論理（形式論理と弁証法的論理），理論的仮説，理論的仮説を形成するための分析的操作と解析的操作，科学的経験，科学的経験を獲得するための実験的操作と統計的操作，について述べ最後に科学的認識の深化と確率の意味について述べる。

（技術）人間の社会生活の中から提出される種々の現実的問題を解決するために，人々はそれらの問題の解決に有用な自然や社会における客観的法則性を意識的に利用し始めた。このような客観的法則性を意識的に適用する人間活動は「技術」と呼ばれる。技術の本質は客観的法則性の意識的な適用活動である（武谷，1968a，b）。

（科学）技術の累積に伴い，それらの技術を体系的に整理して新たな技術を見いだすために，技術を基礎づけている客観的法則性の背後にある客観的法則を認識することの重要性が増大する。かくて自然および社会を支配する客観的法則を人間の意識に反映させる，人間の認識活動である「科学」が発生する。科学の本質は人間の累積的な認識活動であり，それによって得られる知識の体系は科学の結果にほかならない（牧，1967；武谷，1968a，b）。

（科学の方法）科学の本質は客観的法則を人間の意識に反映させる人間の認識活動であるが，この認識活動を導いてゆくための，「認識の様式ないし論理」と「種々の操作ないし手段」の有機的総体が科学の方法にほかならない（戸坂，1966b）。以下述べるように，認識の様式ないし論理としては形式

論理と弁証法的論理が利用される。これらの論理によって有機的に関連づけられながら，おおまかに分けると二種類の操作ないし手段，つまり「理論的仮説を形成するための操作ないし手段」と「科学的経験を獲得するための操作ないし手段」が利用される。

（形式論理） 自然および社会は質的および量的に変化するが，ひとまず時間を限って質的変化のないものとして思考する必要がある場合も多い。ここで質的変化とは「あるもの」が「他のもの」になるということをさす。質的変化がない場合の思考が正しいものであるためには，必ずそれに従わねばならないところの思考の形式がある。その思考の形式は思考を進める時に意識的に利用されるので論理となるが，このような論理は「形式論理」と呼ばれる。形式論理は思考の内容によって影響されない思考の形式である。形式論理において，「ひとつのもの」が「あるもの」であり同時に「他のもの」であるということは許されず，また「あるもの」が「他のもの」になるということも許されない（大森，1953）。

（弁証法的論理） 質的変化がある場合の思考では，「あるもの」が「他のもの」になる，ということが許される。人間は自然および社会の中で「あるもの」が「他のもの」になる様々な場合を経験し，その総経験の所産として質的変化の様相について一定の体系的な知識を持っている。このような質的変化の様相についての体系的な知識は，質的変化がある場合の思考を進める際に意識的に利用されるので論理となるが，このような論理は「弁証法的論理」と呼ばれる。弁証法的論理は自然および社会の変化を認識する際に有用であり，形式論理と有機的に組合わせて利用されるべきであろう（大森，1953；戸坂，1966a，b）。

（理論的仮説） 理論的仮説とは，複雑な現象の非本質的側面を捨象し本質的側面だけを抽象して得られる理論的概念によって述べられ，かつそれが真であるならば普遍的な法則を表わす命題である。理論的概念と理論的仮説は一般にある限られた時間的空間的条件の下での経験から帰納的に形成される。帰納とはこのようにある限られた経験から本質的な側面を抽象し理論的概念と理論的仮説を形成することである（Braithwaite，1964）。もちろん理論的概念と理論的仮説が発想によって形成されることもありうる（魚津，1968）。

なお，理論的仮説は一般的仮説（「A であるものは全て B である」という型の仮説）と統計的仮説（「A であるものの全てではなくある一定部分は B である」という型の仮説）とに分けられる（Braithwaite, 1964)。

（理論的仮説を形成するための操作ないし手段／その１）最も基本的かつ一般的なものは「分析的操作」である（戸坂，1966b)。**分析的操作**：現実の複雑な現象の非本質的側面を捨象し，本質的側面を抽象的で単純な概念へと分析（分解）し，それらの概念の間に見いだされる諸関係に基づき，それらの概念を再び総合（結合）し，その現象の本質的側面を精神的に再生産（再現）する操作。このような操作を基礎とするモデルの作成も分析的操作の特別の場合とみなされるであろう。

（理論的仮説を形成するための操作ないし手段／その２）ある量的関係を規定する理論的仮説から，別の量的関係を規定する理論的仮説を導く場合に，次のような方法がよく利用される。つまり，最初にある量的関係の意味と形式を分離し，その形式的側面を数学的命題で置換え，数学的操作のみによって別の数学的命題を演繹し，その演繹された数学的命題に今度は意味づけをし，何らかの量的関係を規定する理論的仮説を導く，というやり方である。なお数学は，一組の公理と数学的概念とより形式論理のみによって種々の数学的命題を導くことを使命とする，意味づけされていない無定義の記号の学問である，と一般に考えられている（赤訳，1968；吉田・赤，1954)。このように数学的操作は理論的仮説を形成するための操作ないし手段として極めて重要であり，一般に「解析的操作」と呼ばれている（戸坂，1966b)。**解析的操作**：数学的記号を用いる一切の数学的な操作。

（科学的経験）科学的経験とは，人間の直接的な経験だけでなく機械や器具を通しての間接的な経験や，個々の経験に何らかの加工を施さなければ得られないような何らかの集団現象に関する経験などを含む広い意味での経験であり，理論的仮説の検証や形成のために用いられうる経験である。なお理論的仮説と科学的経験を比較して理論的仮説の検証をする際には，科学的経験の非本質的側面の取り扱い方に注意する必要がある。科学的経験を獲得するための操作ないし手段としては，以下述べるような「実験的操作」と「統計的操作」がある（戸坂，1966b)。

（科学的経験を獲得するための操作ないし手段／その１）実験的操作：受動的な器具を用いない質的および量的観察，この中に社会科学的研究において重要な質的資料を収集するための観察も含まれる。度量を示すべき器具による観察，つまり観測や測定。器機を用いて材料そのものを能動的に新しく造り出す本来の実験，つまり研究対象そのものを人工的に変更して新しい状態ないし理想的状態を作りだす本来の実験。これらの操作が実験的操作であり，社会科学において本来の実験が可能かどうかは，実験の概念の理解の仕方によろう。経済学（特にミクロ経済学）においても本来の実験（統制された実験）が可能であるとの主張が近年実験経済学者によってなされているが（川越・内木・森・秋永，1999；川越，2007），なお激しい論争が展開されており根強い批判があることも事実である（川越，2007，215-243頁）。

（科学的経験を獲得するための操作ないし手段／その２）統計的操作：個々の事象の観察を通して，個々の事象に媒介されているところの（従って個々の事象の観察結果の単なる寄せ集めだけからは分らないような）自然や社会の構造や変化について研究する時の，量的な材料の収集操作である。このような材料は個々の事象の観察結果に分類や解析的操作などによる何らかの加工を施すことによって始めて得られる。従って統計的操作の中には，個々の事象の観察に関する操作と共に，このような分類の操作や解析的操作なども当然含まれる。

（科学的認識の深化）科学的認識は上述のような方法に導かれて深まってゆくが，科学は社会的活動として行われるので，トーマス・クーンが述べるように認識の深化の過程は実際には大変複雑である（中山訳，1971）。しかし，理論的仮説と科学的経験との間の矛盾を原動力として繰返される理論的仮説の修正を通して，理論的仮説は普遍的な法則に一層近いものとなっていく，と考えられる。従って科学的認識の深化にとって，科学的経験に基づく理論的仮説の検証は不可欠であろう。

（確率の意味）確率という言葉は，ある一定の条件の下での何らかの原因ないし行為の結果がただ一通りではなく，その結果を予め知ることができないような場合に用いられている。数学の分野の確率論では，意味づけされていない無定義の数学的概念である「確率測度」が確率の概念として用いられ

ている。現実の世界に関して確率という言葉を用いる場合には，何らかの意味づけをする必要があるが，その言葉の意味は用いる人によってまちまちであり，また統計学の学派によっても異なっている。ある一定の結果がどれくらいしばしば起るかというその客観的な生起の程度を表わしたり（客観確率の概念），ある一定の結果にどれくらいの信頼をおいて行為を行うかというその主観的な信頼の程度を表わしたり（主観確率の概念），あるいは論理的に考えるとある一定の条件からある一定の結果がどれくらいの確からしさで導かれるかというその論理的な確からしさの程度を表わしたり（論理確率の概念），さまざまである（川口，1981，33-38頁を参照）。確率という言葉を用いる場合には，どのような意味で用いるのか，私達は十分注意すべきである。

第２章　A/P/C コウホート分析

ある期間に亘って人間集団のある行動や変化等を年令別に観察し，一定の年次間隔（または年次区分）と年齢区分に基づいて，次のような表形式で纏めたものを一般に「コウホート表」と呼んでいる。なお，「コウホート」という用語は「同時発生集団」と言う意味で用いられ，本稿では「一定の時期に生まれたある人間集団」という意味で用いる。また「年次」の代りに「時代」という用語が用いられることもある。コウホート表も纏め方によって次のような三つのケースに分けられる。

下記ケース１のように年次間隔と年齢区分の間隔が等しいコウホート表は**「標準コウホート表」**と呼ばれている。標準コウホート表の桝目の中に記入された Cohort１，Cohort２，・・Cohort７という記号は，それらの升目に記入される観察結果が Cohort１，Cohort２，・・Cohort７という集団に関する

ケース１：標準コウホート表

	20－29歳	30－39歳	40－49歳	50－59歳
1970年	Cohort 4	Cohort 3	Cohort 2	Cohort 1
1980年	Cohort 5	Cohort 4	Cohort 3	Cohort 2
1990年	Cohort 6	Cohort 5	Cohort 4	Cohort 3
2000年	Cohort 7	Cohort 6	Cohort 5	Cohort 4

表１「標準コウホート表」－ある食品の年齢階級別消費の推移，1970，1980，1990および2000年（架空の例）

	20－29歳	30－39歳	40－49歳	50－59歳
1970年	10	15	18	18
1980年	10	17	20	19
1990年	8	14	21	18
2000年	6	11	18	17

観察結果であることを示す。なお，表１は標準コウホート表の例であり，後の議論で利用するのでここで引用しておく（川口，2007，39頁）。

下記ケース２のように年次間隔と年齢区分の間隔が異なるコウホート表は**「一般コウホート表」**と呼ばれている。後の事例分析でこのタイプの表を利用するので，この表の性格について簡潔に言及しておきたい。一般コウホート表では，表の桝目によっては，単独のコウホートに関する観察結果ではなく，隣り合う二つのコウホートに属する人々で構成される「合成コウホート」に関する観察結果が記入される。例えばCohort４＋５と記入された桝目には，コウホート４とコウホート５に属する人々で構成される合成コウホートに関する観察結果が記入される。隣り合うコウホートの人々がどのような割合で混ざり合うかは，年齢区分の間隔と年次区分の間隔との比率等によって異なる。

ケース２：一般コウホート表

	20－29歳	30－39歳	40－49歳	50－59歳
1970年	Cohort 4	Cohort 3	Cohort 2	Cohort 1
1975年	Cohort 4＋5	Cohort 3＋4	Cohort 2＋3	Cohort 1＋2
1980年	Cohort 5	Cohort 4	Cohort 3	Cohort 2

下記ケース３のように，年次区分を利用して纏めたコウホート表を，本稿では**「年次区分コウホート表」**と呼ぶことにする。私達はこのタイプの表をこれまで利用したことがないが，人口学・社会学・疫学等で一般に利用されており，A/P/C コウホート分析の研究の進展とこのタイプの表の性格とは無関係ではないので，その性格について簡潔に言及しておきたい。年次区分コウホート表では，一般に年次区分の間隔と年齢区分の間隔は等しい。そして特定の個人が時期によって二つのCohort に属する（例えばCohort４に属

する人が時間の経過により Cohort 3 に属するものとして観察される）という重複が生じる点でケース１の標準コウホート表とは異なる。この意味で年次区分コウホート表のコウホート区分は厳格ではなく大雑把であり，隣り合うコウホート間に一定の重複関係が生じることになる。しかし以下述べる A/P/C コウホート分析では，通常，形式的には，標準コウホート表と同様に扱われている。なお，年次区分コウホート表は，表側で年次区分を表頭で年齢区分を表した「年次×年齢」表として利用されることが多いが，分析目的によって「コウホート×年齢」表や「コウホート×年次」表として利用されている。

ケース３：年次区分コウホート表（年次×年齢）

	20−24歳	25−29歳	30−34歳	35−39歳
1970−74	Cohort 4	Cohort 3	Cohort 2	Cohort 1
1975−79	Cohort 5	Cohort 4	Cohort 3	Cohort 2
1980−84	Cohort 6	Cohort 5	Cohort 4	Cohort 3

A/P/C コウホート分析とは，回帰分析等の統計的な計量モデルを利用して，以上のようなコウホート表の形に纏められた観察結果の変動を，年齢効果（age：A 効果と略記），時代効果（period：P 効果と略記），コウホート効果（cohort：C 効果と略記），という３要因で説明しようとする分析のことである。これらの効果の解釈の仕方で確定的なものがあるわけではないが，私はここで次のように考えている。年齢が増加するにつれて人間の肉体的条件や社会環境的条件は変化するが，観察事項へのその変化の影響を**年齢効果**と呼ぶ。また時代（年次）とともに人間を取り巻く種々の環境条件は変化するが，観察事項へのその変化の影響を**時代効果**と呼ぶ。時代効果は全ての人に一様に及ぶ効果である。**コウホート効果**とは，一般に「世代効果」とも呼ばれるものであり，同世代の（同じコウホートに属する）人が生まれ育つ過程で身につけ共有する生活態度ないし「サブカルチャー」（生き方・考え方）の観察事項への影響のことである。

第３章　A/P/C コウホート分析のパラダイムの形成と研究の進展

上述のような A/P/C コウホート分析のパラダイムがどのようにして形成され，そのパラダイムの下でどのように研究が進展してきたのか，以下簡潔に考察する。考察に当たっては標準コウホート表を利用する。その理由は，①上述のどのタイプのコウホート表を利用しても直面する理論的・本質的な問題点は同じである，②これまでの多くの理論的な議論が標準コウホート表を利用して行われている，ということである。また議論を理解し易くするために，（必要な場合には補足説明をするが）原則として，上述の表１を事例として議論を展開する。というのは，そのようにしても議論の一般性が損なわれることはなく，また専修経済学論集や専修大学社会科学研究所『社会科学年報』に掲載された自分自身の著述を引用し極力紙数を減らすことができるからである。

現在の A/P/C コウホート分析のパラダイムはメイソンら（Mason, K.O., W. M. Mason, H.H. Winsborough, and W.K. Poole, 1972, 1973）によって形成されたと一般に言われている。メイソンらは，社会科学や医学等の多くの分野における，それ以前の種々のコウホート問題に関する研究で通常利用されていた前提条件を取入れて，現在利用されているようなコウホート分析の一般的なモデルを形成した。その際メイソンらは『識別問題』の存在とその回避の仕方についても詳しく論じており，それが A/P/C コウホート分析の始まりと考えられる。

メイソンらの論点で本稿の以下の議論と密接に関連する部分を要約すると次のとおりである。第一に，A，P，C の３要因を同時に考慮することが望ましい。A，P，C の中のある１要因を無視して『識別問題』を回避する傾向があるが，そうして得られる分析結果は一般に疑わしいものである。第二に，A，P，C の各要因の効果は，その要因の区分（分割）された水準毎の効果を示すパラメータの線形関数（合計）としてダミー変数を利用して自由（functional-free）な形で表わすことが望ましい。社会科学や医学等の現在（当時）の知識水準では，コウホート表の観察結果と A，P，C の各要因との間の関数関係を特定することは困難であるから，なるべく幅広い関数関係に対

応できるダミー変数を利用した一般的なモデルの方が望ましい。第三に，その一般的なモデルの各パラメータの値を統計的に推計するには,『識別問題』を回避するための付加的な制限が必要であるが，限られた知識の下でその制限は必要最小限にすべきである。具体的には「ある一要因の二水準の効果を示すパラメータの**推計値**は等しい」という制限でよい（メイソンらはここでパラメータの**推計値**と**真の値**とを区別していないが後述のようにこの区別は理論上決定的に重要である)。第四に，仮説的なデータと普通の最小二乗法によるシミュレーション分析の結果によれば，どの要因のどの二水準へ上述の制限を課すかによって，決定係数は変わらないが，一般に各パラメータの推計値は大幅に異なる。またどの制限を課しても一般に推計値は大なり小なり真の値と異なる。しかしコウホート表の観察事項に関する経験に基づいて，それらの推計結果を注意深く利用すれば，A，P，C の３要因の各効果に関する有用な情報を得ることができる。

メイソンらの以上の論点とその後の研究の展開を，上述の表１の事例を利用して,現代ふうに説明すると次のとおりである。表１の年齢区分毎の効果・時代区分毎の効果・コウホート区分毎の効果を示すパラメータを表２の記号 β_i^A（i=1,2,3,4)，β_t^P（t=1,2,3,4)，β_k^C（k=1,2,3,4,5,6,7）で表わす。また総平均効果を示すパラメータを μ で表わす。

表２　表１の年齢効果，時代効果，コウホート効果の表記法

	20−29歳 β_1^A	30−39歳 β_2^A	40−49歳 β_3^A	50−59歳 β_4^A
1970年 β_1^P	$Y_1=10$　β_4^C	$Y_2=15$　β_3^C	$Y_3=18$　β_2^C	$Y_4=18$　β_1^C
1980年 β_2^P	$Y_5=10$　β_5^C	$Y_6=17$　β_4^C	$Y_7=20$　β_3^C	$Y_8=19$　β_2^C
1990年 β_3^P	$Y_9=8$　β_6^C	$Y_{10}=14$　β_5^C	$Y_{11}=21$　β_4^C	$Y_{12}=18$　β_3^A
2000年 β_4^P	$Y_{13}=6$　β_7^C	$Y_{14}=11$　β_6^C	$Y_{15}=18$　β_5^C	$Y_{16}=17$　β_4^C

するとこの場合の A/P/C コウホート分析モデルは次のように表わされる。但し『ゼロ和制約』($\beta_1^A+\beta_2^A+\beta_3^A+\beta_4^A=0$；$\beta_1^P+\beta_2^P+\beta_3^P+\beta_4^P=0$；$\beta_1^C+\beta_2^C+\beta_3^C+\beta_4^C+\beta_5^C+\beta_6^C+\beta_7^C=0$）を利用して β_4^A は $-(\beta_1^A+\beta_2^A+\beta_3^A)$，$\beta_4^P$ は $-(\beta_1^P+\beta_2^P+\beta_3^P)$，$\beta_7^C$ は $-(\beta_1^C+\beta_2^C+\beta_3^C+\beta_4^C+\beta_5^C+\beta_6^C)$ と表わされ β_4^A，β_4^P，β_7^C は消去される。

$$Y_1=\mu+\beta_1^A\qquad+\beta_1^P+\qquad\qquad\beta_4^C\qquad+\varepsilon_1$$

$$
\begin{aligned}
Y_2 &= \mu + \beta_2^A + \beta_1^P + \beta_3^C + \varepsilon_2 \\
Y_3 &= \mu + \beta_3^A + \beta_1^P + \beta_2^C + \varepsilon_3 \\
Y_4 &= \mu - \beta_1^A - \beta_2^A - \beta_3^A + \beta_1^P + \beta_1^C + \varepsilon_4 \\
Y_5 &= \mu + \beta_1^A + \beta_2^P + \beta_5^C + \varepsilon_5 \\
Y_6 &= \mu + \beta_2^A + \beta_2^P + \beta_4^C + \varepsilon_6 \\
Y_7 &= \mu + \beta_3^A + \beta_2^P + \beta_3^C + \varepsilon_7 \\
Y_8 &= \mu - \beta_1^A - \beta_2^A - \beta_3^A + \beta_2^P + \beta_2^C + \varepsilon_8 \\
Y_9 &= \mu + \beta_1^A + \beta_3^P + \beta_6^C + \varepsilon_9 \\
Y_{10} &= \mu + \beta_2^A + \beta_3^P + \beta_5^C + \varepsilon_{10} \\
Y_{11} &= \mu + \beta_3^A + \beta_3^P + \beta_4^C + \varepsilon_{11} \\
Y_{12} &= \mu - \beta_1^A - \beta_2^A - \beta_3^A + \beta_3^P + \beta_3^C + \varepsilon_{12} \\
Y_{13} &= \mu + \beta_1^A - \beta_1^P - \beta_2^P - \beta_3^P - \beta_1^C - \beta_2^C - \beta_3^C - \beta_4^C - \beta_5^C - \beta_6^C + \varepsilon_{13} \\
Y_{14} &= \mu + \beta_2^A - \beta_1^P - \beta_2^P - \beta_3^P + \beta_6^C + \varepsilon_{14} \\
Y_{15} &= \mu + \beta_3^A - \beta_1^P - \beta_2^P - \beta_3^P + \beta_5^C + \varepsilon_{15} \\
Y_{16} &= \mu - \beta_1^A - \beta_2^A - \beta_3^A - \beta_1^P - \beta_2^P - \beta_3^P + \beta_4^C + \varepsilon_{16}
\end{aligned}
$$

ここで ε_i（$i=1, 2, \cdot \cdot, 16$）は通常正規分布 NID（0, σ^2）をする誤差項である。

――――――――――――――――――――――（1）

なお，観察事項が計量的な事項である場合には，観察結果を直接従属変数とし誤差項が正規分布をする（1）式のようなコウホート分析モデルがよく利用されるが，観察事項が計数的な事項である場合には，例えばロジットコウホートモデル（Sasaki and Suzuki, 1987, p. 1062）のように，観察結果のある関数値を従属変数とし誤差項が必ずしも正規分布をするとは限らないようなモデルが利用されることもある。特に断らない限り（1）式のモデルを前提として以下の議論を行うが，議論の本質はモデルが異なっても同じである。

このモデルの各パラメータの値を普通の最小二乗法で推計しようとしても，『識別問題』のために唯一の推計値を得ることは不可能である。川口（2007）が示すように，最小二乗法で得られるのは，t を任意の実数値として，次式で示されるような無数の推計値（ベクトル）である。なお（μ）はパラメータ μ の値の推計値を示し，他も同様である。

$$
\begin{aligned}
(\mu\ ) &= 14.75 + (0)\ t \\
(\beta_1^A) &= -5.588 + (-3/2)\ t \\
(\beta_2^A) &= -0.5293 + (-1/2)\ t \\
(\beta_3^A) &= 3.904 + (1/2)\ t \\
(\beta_1^P) &= -0.537 + (3/2)\ t \\
(\beta_2^P) &= 1.154 + (1/2)\ t \\
(\beta_3^P) &= 0.4707 + (-1/2)\ t \\
(\beta_1^C) &= 1.574 + (-3)\ t \\
(\beta_2^C) &= 0.3827 + (-2)\ t \\
(\beta_3^C) &= 0.6913 + (-1)\ t \\
(\beta_4^C) &= 1.50 + (0)\ t \\
(\beta_5^C) &= -0.1913 + (1)\ t \\
(\beta_6^C) &= -1.883 + (2)\ t
\end{aligned}
$$

ここで t の前の（　　　）の中の13個の数（数列）で構成される列ベクトルを B_0で表わす。また右辺第１項の13個の数（数列）で構成される列ベクトルを IE で表す。IE 自身も一つの推計値ベクトルであり Intrinsic Estimator と呼ばれている。上式で同じ行に現れる，B_0の要素，IE の要素，左辺のパラメータは「対応する」ということにする。ベクトル B_0とベクトル IE は直交する。つまり両ベクトルの対応する要素の積和はゼロである。

――――――――――――――――――――――――（２）

ベクトル B_0は標準コウホート表のサイズ（行数と列数）だけで決まる重要なものであり，B_0の各要素の値を（１）式の対応するパラメータに代入すると，（１）式の右辺の値は誤差項を除いてすべてゼロとなることが分る。つまり，（１）式のパラメータの係数列ベクトルが一次独立でないことが分る（μ 以外のどれか一つのパラメータの係数列ベクトルを削除すれば一次独立となることが知られている)。『識別問題』とはこのことを指しているのである。

（パラメータの推計値への制限を課すことによる推計のバイアス）

メイソンらが指摘するように，各パラメータの唯一の推計値を得るためには何らかの情報が必要である。メイソンらは例えば（β_1^A）＝（β_2^A）という

制限を課した。つまり

$$(\beta_1^A)=-5.588+(-3/2)t=(\beta_2^A)=-0.5293+(-1/2)t$$

という制限から t の値が

$$t=-5.588+0.5293=-5.0587$$

と決まるので，この値を代入して各パラメータの唯一の推計値を得ることができる。なお，実際に（β_1^A）＝（β_2^A）という制限をつけて直接回帰分析をしても，同じ推計値が得られることを確認している。別の制限（β_1^C）＝（β_2^C）を課すと

$$(\beta_1^C)=1.574+(-3)t=(\beta_2^C)=0.3827+(-2)t$$

という制限から t の値が

$$t=1.574-0.3827=1.1913$$

と決まるので，この値を代入して各パラメータの別の唯一の推計値を得ることができる。この両推計値は，$t=-5.0587$ と $t=1.1913$ が大きく異なるので，大きく異なる。両推計値ベクトルの差はベクトル B_0 の（5.0587＋1.1913）倍であるが，『識別問題』の説明から明らかなように，推計した両パラメータによる（１）式の Y_i（$i=1,2,\cdot\cdot,16$）の推定値は同じであり，従って回帰分析の決定係数は同じである。

ところでこのような制限を課して得た各パラメータの推計値とパラメータの真の値とはどのような関係にあるのであろうか。この点について考える場合に重要な点は次のことである。まず最初に，総平均効果，年齢区分毎の効果，時代区分毎の効果，コウホート区分毎の効果を示す次のような「新たなパラメータ」を導入する。この新たなパラメータは，θ を任意の実数値として，真のパラメータに列ベクトル B_0 の対応する要素の θ 倍を加えたものであり，$\theta=0$ の場合には真のパラメータと同じである。

$$\mu(\theta)=\mu+(0)\theta$$

$$\beta_1^A(\theta)=\beta_1^A+(-3/2)\theta$$

$$\beta_2^A(\theta)=\beta_2^A+(-1/2)\theta$$

$$\beta_3^A(\theta)=\beta_3^A+(1/2)\theta$$

$$\beta_1^P(\theta)=\beta_1^P+(3/2)\theta$$

$$\beta_2^P(\theta)=\beta_2^P+(1/2)\theta$$

$\beta_3^P(\theta) = \beta_3^P + (-1/2)\theta$
$\beta_1^C(\theta) = \beta_1^C + (-3)\theta$
$\beta_2^C(\theta) = \beta_2^C + (-2)\theta$
$\beta_3^C(\theta) = \beta_3^C + (-1)\theta$
$\beta_4^C(\theta) = \beta_4^C + (0)\theta$
$\beta_5^C(\theta) = \beta_5^C + (1)\theta$
$\beta_6^C(\theta) = \beta_6^C + (2)\theta$

－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－(３)

（１）式の構造の下で，この新たなパラメータから生み出されるデータ（真のパラータの代わりに対応する新たなパラメータを代入して（１）式から得られるデータ）は，いかなる実数値 θ に対しても，真のパラメータから生み出されるデータと全く同じである。このことは上述の『識別問題』の説明から明らかであろう。従って，何らかの付加的な情報が無い限り，どのような θ の値に対応する新たなパラメータからデータが生み出されたのか知ることは不可能である。

そこでメイソンらは，過去の経験に基づいて，例えば年齢の「第一区分の効果」と「第２区分の効果」は等しいという考えに基づいて，年齢の「第一区分の効果」の推計値と「第２区分の効果」の推計値は等しい，という制限を付けるのである。ここで重要な点は，$\beta_1^A = \beta_2^A$ という関係が本当に成立しているかどうか分らない（神のみぞ知る）のであるが，適当な θ の値に対応する新たなパラメータは，年齢の「第一区分の効果」と「第２区分の効果」は等しいという条件を本当に満たしているということである。$\theta = (\beta_1^A - \beta_2^A)$ の時第一区分の効果 $\beta_1^A(\theta) = \beta_1^A + (-3/2)\theta$ と第２区分の効果 $\beta_2^A(\theta) = \beta_2^A + (-1/2)\theta$ は共に $(-0.5\beta_1^A + 1.5\beta_2^A)$ で等しい。従って Searle（1971，p. 215）が述べるように，メイソンらが上述のような制限を付けて実際に求めているのは，真のパラメータの推計値ではなく，$\theta = (\beta_1^A - \beta_2^A)$ の時の新たなパラメータの推計値（しかも線形最良不偏推定 best linear unbiased estimation による推計値）なのである。もちろん $\beta_1^A = \beta_2^A$ という関係が成立している場合には，$\theta = 0$ となるので，その新たなパラメータは真のパラメータに等しい。かくて，メイソンらの推計値のベクトルには，ベクトル

B_0の（β_1^A－β_2^A）倍のバイアスが含まれているのである。以上の考察結果を一般的な命題として纏めると次の命題１のようになる。

（命題１）パラメータの唯一の推計値を得るために，パラメータの推計値へある一つの線形の制限を課すことは，同じ線形の制限を本当に満たす新たなパラメータ（適当なθの値を選べば必ず一組存在する）の線形最良不偏推定を行うことを意味する。（その線形の制限を利用して一つのパラメータを削除した回帰分析モデルを導き，普通の最小二乗法でパラメータの推計をすると，推計されたパラメータの値はその線形最良不偏推定値になっている。またその線形の制限式に推計されたパラメータの値を代入して，削除された一つのパラメータの値を求めると，その値は削除されたパラメータの線形最良不偏推定値になっている（竹内，1964，109-110頁）。このようにして得られたパラメータの推計値は，最初の回帰分析モデルの正規方程式を同じ線形の制限の下で解いて得られる推計値と同じである。この命題に関して Searle（1971，p. 215）も参照して頂きたい。）

例えば表１の事例で，「パラメータの推計値のベクトルがベクトルB_0と直交する」という制限を課す場合を考えてみよう。この場合，（２）式から明らかなように，得られるパラメータの唯一の推計値のベクトルは IE である。そして同じ制限を本当に満たす新たなパラメータは，次に示すように，θの値が$\underline{\theta}$の時の新たなパラメータである。つまり，新たなパラメータのベクトルとベクトルB_0との積和は次式の左辺の合計であるから，その合計がゼロとなる（両ベクトルが直交する）のはθが（４）式に示す$\underline{\theta}$に等しい時である。

$$(0)\,\mu(\theta) = (0)\,\mu + (0)^2\theta$$
$$(-3/2)\,\beta_1^A(\theta) = (-3/2)\,\beta_1^A + (-3/2)^2\theta$$
$$(-1/2)\,\beta_2^A(\theta) = (-1/2)\,\beta_2^A + (-1/2)^2\theta$$
$$(1/2)\,\beta_3^A(\theta) = (1/2)\,\beta_3^A + (1/2)^2\theta$$
$$(3/2)\,\beta_1^P(\theta) = (3/2)\,\beta_1^P + (3/2)^2\theta$$
$$(1/2)\,\beta_2^P(\theta) = (1/2)\,\beta_2^P + (1/2)^2\theta$$
$$(-1/2)\,\beta_3^P(\theta) = (-1/2)\,\beta_3^P + (-1/2)^2\theta$$
$$(-3)\,\beta_1^C(\theta) = (-3)\,\beta_1^C + (-3)^2\theta$$

$$(\quad -2)\ \beta_2^{C}\ (\theta) = (\quad -2)\ \beta_2^{C} + (\quad -2)^2\theta$$
$$(\quad -1)\ \beta_3^{C}\ (\theta) = (\quad -1)\ \beta_3^{C} + (\quad -1)^2\theta$$
$$(\quad 0)\ \beta_4^{C}\ (\theta) = (\quad 0)\ \beta_4^{C} + (\quad 0)^2\theta$$
$$(\quad 1)\ \beta_5^{C}\ (\theta) = (\quad 1)\ \beta_5^{C} + (\quad 1)^2\theta$$
$$(\quad 2)\ \beta_6^{C}\ (\theta) = (\quad 2)\ \beta_6^{C} + (\quad 2)^2\theta$$

左辺の合計$=24.5\theta-(3/2)\beta_1^{A}-(1/2)\beta_2^{A}+(1/2)\beta_3^{A}+(3/2)\beta_1^{P}+(1/2)\beta_2^{P}-(1/2)\beta_3^{P}-3\beta_1^{C}-2\beta_2^{C}-\beta_3^{C}+\beta_5^{C}+2\beta_6^{C}=0$

左辺の合計がゼロとなる θ の値 $\underline{\theta}$ は

$$\underline{\theta}=-(1/24.5)\,[-(3/2)\beta_1^{A}-(1/2)\beta_2^{A}+(1/2)\beta_3^{A}+(3/2)\beta_1^{P}+(1/2)\beta_2^{P}-(1/2)\beta_3^{P}-3\beta_1^{C}-2\beta_2^{C}-\beta_3^{C}+\beta_5^{C}+2\beta_6^{C}] \qquad (4)$$

かくて，この場合の推計値のベクトル IE には，ベクトル B_0の $\underline{\theta}$ 倍のバイアスが含まれているのである。もちろん真のパラメータベクトルとベクトル B_0 が直交するならば，（４）式から明らかなように $\underline{\theta}$ はゼロであるから，この新たなパラメータは真のパラメータと等しく，IE にはバイアスは含まれない。

（どんな推計値に対してもその値が不変な推計値の一次式－estimable functions）

メイソンらが指摘するように，どのような制限を課してパラメータの唯一の値を求めるかによって，得られるパラメータの推計値は様々に異なる。しかしどんな推計値を代入して計算してもその値が不変で常に等しい推計値の一次式がある。そのような推計値の一次式は estimable　functions と呼ばれている（Searle, 1971, 159-162及び180-188頁を参照)。上述の表１の事例を利用して，estimable functions の例を現代風に示すと次のとおりである。

例えば（２）式から，$(\beta_1^{A})=-5.588+(-3/2)\,t$，$(\beta_1^{P})=-0.537+(3/2)\,t$，よって $(\beta_1^{A})+(\beta_1^{P})=-6.125$が成立し，$(\beta_1^{A})+(\beta_1^{P})$ は t の項を含まないので estimable　functions である。実際に制限 $(\beta_1^{A})=0$ の下で回帰分析を行うと $(\beta_1^{A})=0$，$(\beta_1^{P})=-6.125$という推計値が，また制限 $(\beta_1^{A})=(\beta_2^{A})$ の下で回帰分析を行うと $(\beta_1^{A})=2.0$，$(\beta_1^{P})=-8.125$という異なる推計値が得られる。しかし $(\beta_1^{A})+(\beta_1^{P})=-6.125$という同じ関係がどちらの場合にも成立している。同様にどんな制限の下で回帰分析をして異な

る推計値を得たとしても，(β_1^A)＋(β_1^P)＝−6.125という関係は常に成立するのである。要するに（２）式に示す推計値の一次式 a (μ)＋b (β_1^A)＋c (β_2^A)＋d (β_3^A)＋e (β_1^P)＋f (β_2^P)＋g (β_3^P)＋h (β_1^C)＋i (β_2^C)＋j(β_3^C)＋k (β_4^C)＋l (β_5^C)＋m (β_6^C)の係数ベクトル（a，b，c，d，e，f，g，h，i，j，k，l，m）がベクトル B_0と直交し，推計値の一次式に t の項が含まれないことが，その一次式が estimable functions であるための必要十分条件である（Kupper, L.L., J.M. Janis, A. Karmous, and B.G. Greenberg, 1985, pp. 828-830を参照)。

A/P/C コウホート分析のその後の研究の過程で，いくつかの estimable functions が注目されるようになった。例えばある要因効果の傾向線の傾きは estimable functions ではないが，傾向線からの偏差は estimable functions であることが示された。このことを上述の表１の事例を利用して年齢効果の場合に例示すると次のとおりである。ゼロ和制約を利用して（β_4^A）を求め，下記の従属変数 Y および独立変数 X の間の回帰式 Y＝a＋bX のパラメータ a および b を最小二乗法で推計すると a＝０，b＝（2.78372＋t）となる。

Y	X	（参考）X×Y
(β_1^A)＝−5.588 ＋（−3/2）t	−3/2	8.382 ＋2.25t
(β_2^A)＝−0.5293＋（−1/2）t	−1/2	0.26465＋0.25t
(β_3^A)＝ 3.904 ＋（ 1/2）t	1/2	1.952 ＋0.25t
(β_4^A)＝ 2.2133＋（ 3/2）t	3/2	3.31995＋2.25t
		（計）13.9186＋５t

従って年齢効果の傾向線の傾きは t の項を含むので estimable functions ではない。しかし傾向線からの偏差（curvature or deviation）を求めると，次のように t の項を含まないので estimable functions である。

Y	Y の推定値	偏差
(β_1^A)＝−5.588 ＋（−3/2）t	−3/2×（2.78372＋t）	−1.41242
(β_2^A)＝−0.5293＋（−1/2）t	−1/2×（2.78372＋t）	0.86256
(β_3^A)＝ 3.904 ＋（ 1/2）t	1/2×（2.78372＋t）	2.51214
(β_4^A)＝ 2.2133＋（ 3/2）t	3/2×（2.78372＋t）	−1.96228

なお，年齢効果だけでなく時代効果とコウホート効果の傾向線の傾きも同様

の方法で求め，それらの傾きの中に現れる t の項が消去されるような傾きの一次式を作ると，その傾きの一次式は estimable functions である（Holford, T. R., 1983, 1991を参照）。

近年特別な estimable functions が注目を集めるようになった。このことを上述の表１の事例を利用して説明しておこう。説明を簡潔にするために最初に次のような記号を導入する。（２）式の各行に対応する B_0の要素を乗じると次の（５）式が得られる。（５）式の左辺の合計を（B_0, ()），右辺第１項の合計を（B_0, IE），右辺第２項の合計を（B_0, B_0）t で表わすと，（B_0, ()）＝（B_0, IE）＋（B_0, B_0）t という式が得られる。

$(0)(\mu) = 14.750\,(0) + (0)^2 t$

$(-3/2)(\beta_1^A) = -5.5880\,(-3/2) + (-3/2)^2 t$

$(-1/2)(\beta_2^A) = -0.5293\,(-1/2) + (-1/2)^2 t$

$(1/2)(\beta_3^A) = 3.9040\,(1/2) + (1/2)^2 t$

$(3/2)(\beta_1^P) = -0.5370\,(3/2) + (3/2)^2 t$

$(1/2)(\beta_2^P) = 1.1540\,(1/2) + (1/2)^2 t$

$(-1/2)(\beta_3^P) = 0.4707\,(-1/2) + (-1/2)^2 t$

$(-3)(\beta_1^C) = 1.5740\,(-3) + (-3)^2 t$

$(-2)(\beta_2^C) = 0.3827\,(-2) + (-2)^2 t$

$(-1)(\beta_3^C) = 0.6913\,(-1) + (-1)^2 t$

$(0)(\beta_4^C) = 1.5000\,(0) + (0)^2 t$

$(1)(\beta_5^C) = -0.1913\,(1) + (1)^2 t$

$(2)(\beta_6^C) = -1.8830\,(2) + (2)^2 t$

上式の両辺をそれぞれ項毎に合計すると次式が得られる

$$(B_0, ()) = (B_0, IE) + (B_0, B_0)\,t$$

$$\begin{aligned}(B_0, ()) = {} & (0)(\mu) + (-3/2)(\beta_1^A) + (-1/2)(\beta_2^A) + (1/2)(\beta_3^A) \\ & + (3/2)(\beta_1^P) + (1/2)(\beta_2^P) + (-1/2)(\beta_3^P) + (-3)(\beta_1^C) \\ & + (-2)(\beta_2^C) + (-1)(\beta_3^C) + (0)(\beta_4^C) + (1)(\beta_5^C) + \\ & (2)(\beta_6^C)\end{aligned}$$

――――――――――――――――――――――(５)

上述のように，ベクトル B_0とベクトル IE は直交するから，（B_0, IE）＝０が

成立する。また（B_0, B_0）はベクトルB_0の要素の平方和δを示す正の定数であり，この事例では

$$\delta=(0)^2+(-3/2)^2+(-1/2)^2+\cdot+(2)^2=24.5$$

に等しい。従って（５）式から（B_0,（)）/δ＝t という関係が成立する。

説明の見通しを良くするために，結論を先取りすれば，特別な estimable functions とは（２）式の右辺第１項の IE ベクトルの各要素のことである。つまり，（２）式の右辺第２項（t の項）を左辺に移項し，t の代わりに（B_0,（)）/δ を代入すると IE ベクトルの要素が右辺に現れる次の（６）式が得られる。（６）式は，唯一のパラメータの推計値を得るために推計値に課す制限がどのようなものであっても，得られたパラメータの推計値と左辺の式を利用して計算した値は不変であり，その値はベクトル IE の要素に等しいことを示している。

$$\begin{array}{lllr}
(\mu) & -(0) & \{(B_0,\ ())/\delta\} = & 14.75 \\
(\beta_1^A) & -(-3/2) & \{(B_0,\ ())/\delta\} = & -5.588 \\
(\beta_2^A) & -(-1/2) & \{(B_0,\ ())/\delta\} = & -0.5293 \\
(\beta_3^A) & -(1/2) & \{(B_0,\ ())/\delta\} = & 3.904 \\
(\beta_1^P) & -(3/2) & \{(B_0,\ ())/\delta\} = & -0.537 \\
(\beta_2^P) & -(1/2) & \{(B_0,\ ())/\delta\} = & 1.154 \\
(\beta_3^P) & -(-1/2) & \{(B_0,\ ())/\delta\} = & 0.4707 \\
(\beta_1^C) & -(-3) & \{(B_0,\ ())/\delta\} = & 1.574 \\
(\beta_2^C) & -(-2) & \{(B_0,\ ())/\delta\} = & 0.3827 \\
(\beta_3^C) & -(-1) & \{(B_0,\ ())/\delta\} = & 0.6913 \\
(\beta_4^C) & -(0) & \{(B_0,\ ())/\delta\} = & 1.50 \\
(\beta_5^C) & -(1) & \{(B_0,\ ())/\delta\} = & -0.1913 \\
(\beta_6^C) & -(2) & \{(B_0,\ ())/\delta\} = & -1.883
\end{array}$$

－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－－（６）

（６）式の左辺の各項は，（２）式に示す推計値の一次式，a（μ）＋b（β_1^A）＋c（β_2^A）＋d（β_3^A）＋e（β_1^P）＋f（β_2^P）＋g（β_3^P）＋h（β_1^C）＋i（β_2^C）＋j（β_3^C）＋k（β_4^C）＋l（β_5^C）＋m（β_6^C）の形になっており，その値は右辺の定数に等しく t の項を含んでいない。従って係数ベクトル（a，b，c，d，e，f，g，h， i, j, k, l, m）はベクトルB_0と直交しており，（６）式の左辺の各項は estimable functions である。実際に係数ベクトル（a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m）がベクトルB_0と直交していることは容易に確かめられる。例えば（６）式の最初の式の係数ベクトルは（1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0）であり明らかにB_0と直交する。上から２番目の式の係数ベクトルは（0, $1-(-3/2)^2/\delta$, $-(-3/2)(-1/2)/\delta$, $-(-3/2)(1/2)/\delta$, $-(-3/2)(3/2)/\delta$, $-(-3/2)(1/2)/\delta$, $-(-3/2)(-1/2)/\delta$, $-(-3/2)(-3)/\delta$, $-(-3/2)(-2)/\delta$, $-(-3/2)(-1)/\delta$, $-(-3/2)(0)/\delta$, $-(-3/2)(1)/\delta$, $-(-3/2)(2)/\delta$）でありB_0と直交している。上から３番目以下の式の係数ベクトルがB_0と直交することも同様に確かめられる。実際（６）式の左辺は（２）式の推計値ベクトルからベクトルB_0の成分を取除くための Gram-Schmidt の直交化法（中川・小柳，1982，65-66頁）の公式そのものである。

このように，（２）式の右辺第１項のベクトル IE（Intrinsic　Estimator）は，その要素が estimable　functions であり，ベクトルB_0と直交するパラメータの推計値ベクトルである。推計値ベクトル IE には，既に述べたようにベクトルB_0の$\underline{\theta}$倍のバイアスが含まれている。また，ベクトル IE とベクトルB_0が直交することを利用して，（２）式から容易に

（推計値ベクトルの長さ）^{2}

$=(\mu)^2+(\beta_1^A)^2+(\beta_2^A)^2+\cdot\cdot+(\beta_6^C)^2$

$=$（ベクトル IE の長さ）$^2+\delta t^2$

但し，$\delta=(0)^2+(-3/2)^2+(-1/2)^2+\cdot+(2)^2=24.5$

（ベクトル IE の長さ）$^2=$ベクトル IE の要素の平方和

という関係が導かれる。従って推計値ベクトルの長さ（ノルム）が最小になるのは t＝０の時であり，最小値はベクトル IE の長さである。かくて，（２）式の推計値ベクトルの中で長さが最小である，というベクトル IE の性格が導かれる。

なお，長さが最小の推計値ベクトル（IE）の求め方としては，一般に次のような方法も知られている。つまり，デザイン行列（この事例では（１）式右辺のパラメータの係数で構成される16×13行列）の特異値分解（によって得られる特異値の行列と二つの直交行列）を利用して求められるムーア・ペ

ンローズの一般逆行列をG（この事例では13×16行列）とすれば，長さが最小になる推計値ベクトル（IE）は行列表示で，G（(1）式左辺の従属変数Yの16次列ベクトル)，と表わされる（中川・小柳，1982，58-65頁)。

（Intrinsic Estimator（IE）によるパラメータの推計）

上述のように，どんな推計値を代入して計算してもその値が不変で常に等しい推計値の一次式である estimable functions が注目される中で，特に IE（Intrinsic Estimator）が注目され始めた。例えば Yang, Y., W.J. Fu, and K.C. Land（2004）や Yang, Y., S. Schulhofer-Wohl, W.J. Fu, and K.C. Land（2008）は，メイソンら（Mason, K.O., W.M. Mason, H.H. Winsborough, and W.K. Poole，1972，1973）によって形成された従来の方法と比較して，IE の方が優れていることを強調している。しかし彼らは estimable functions であるという IE の「長所」は強調しても，IE にどのようなバイアスが含まれているかという「短所」は殆ど明らかにしていない。上述のように IE にはバイアスが含まれているから，彼等が言うように，一致性があるから優れている，とは言えないのである。川口（2007，2008，2009）は IE のこのような構造的問題を明らかにしている。

（中村のベイズ型モデルによるパラメータの推計）

メイソンらが指摘するように，各パラメータの唯一の推計値を得るためには，何らかの付加的情報（side information）が必要である。しかし付加的情報の利用の仕方は，「推計値に一つの簡単な線形の制限を課す」という上述のような利用の仕方だけではない。グレン（Glenn，2005，pp. 17-21）は中村のベイズ型モデルによるパラメータの推計法（朝野，2001，350-352頁）を取上げて次のように述べている。

Other methods of cohort analysis, however, are designed to be used mechanically, that is, to be applied in exactly the same way regardless of what theory or side information predicts about age, period, and cohort effects.

Perhaps the most notable of these methods was developed by Japanese statistician T. Nakamura (1982, 1986) and introduced to American social scientists by Sasaki and Suzuki (1987). The invariant simplifying assumption with this method is that successive parameters change gradually.（中略）Further elaboration is given by

Sasaki and Suzuki (1989):（中略）

Sasaki and Suzuki admit that the assumption that successive parameters change gradually is not always correct, but they claim it usually is. And they clearly believe that the method will always give correct estimates if the assumption is correct.

グレン（Glenn, 1989）は佐々木と鈴木（Sasaki and Suzuki, 1987）による中村のベイズ型モデルの自動的な応用を「不可避的に多くの誤った結論に至る *will inevitably lead to many incorrect conclusions*」と批判し，佐々木と鈴木（Sasaki and Suzuki, 1989）はその批判に対して，グレンの上記引用英文の最後のパラグラフに示されるような強い自信を示しながらも，中村のベイズ型モデルの最終的な評価は種々のコウホートデータへのその適用結果によって行われるべきである，とのグレンの意見に同意している。またそのような一事例として，メイソンらの従来の方法を利用して行われた，レンツら（Rentz, J.O., F.D. Reynolds, and R.G. Stout, 1983）によるソフトドリンクの消費パターンの変化に関するコウホート分析を取上げ，同じデータと中村のベイズ型モデルを利用して鈴木（1984）によって行われたコウホート分析とを比較し，鈴木の分析結果がより現実的である点を強調している。

なお，佐々木と鈴木（Sasaki and Suzuki, 1989）は最後のパラグラフ（pp. 764-765）の中で，「コウホートデータは固有の識別問題を持っている」と述べている（*However, we must also be cautious in cohort analysis about the selection of data to be analyzed because cohort data have inherent identification problems.*）。しかし同じデータを利用しても，利用するモデルによっては識別問題は存在しなくなるので，識別問題はコウホートデータではなく分析モデルに固有の問題であると考えられる。

グレン（Glenn, 1989）の批判にもかかわらず佐々木と鈴木（Sasaki and Suzuki, 1989）が強い自信を示すのは，中村のベイズ型モデルの自動的な応用が誤った推定値を与える場合があることを明確に指摘し得なかったからではないだろうか。川口（2008, 2009）は，中村のベイズ型モデルが誤った推定値を与える場合があることを（１）式のようなモデルの場合に指摘したが，ロジットコウホートモデル（Sasaki and Suzuki, 1987, p. 1062）の場合にも，全く同様の論理で，同じ指摘ができる。この点を佐々木と鈴木（Sasaki and Suzuki,

1987）の分析事例を利用して簡潔に説明すると次のとおりである。

つまり，オランダに関する標準コウホート表（p. 1069，TABLE 4）の分析結果である図2（p. 1070，Fig. 2）を見ると，ハイパーパラメータの値を「HPV」と略記することにして

年齢効果の（最若年の推定値－最老年の推定値）／年齢効果の HPV
－時代効果の（最先年の推定値－最晩年の推定値）／時代効果の HPV
＋コウホート効果の（最老年の推定値－最若年の推定値）／コウホート効果の HPV
＝（－0.0715＋0.0950)/256.0－(－1.2301－0.6177)/2048.0＋(－1.2617－0.7742)/2048.0＝－0.00000005
（この値は理論的にはゼロであるが計算誤差のためゼロと異なる）

という関係が成立している。パラメータの真の値とは無関係に，パラメータの推定値に関する上式の値は常にゼロになることが理論的に証明される。したがって，「推定値」の代わりに「真の値」を代入して計算した上式の値が，ゼロではない場合には，特にゼロと大きく異なる場合には，推定値は真の値とかなり異なると言える。

日本に関する標準コウホート表（p. 1071，TABLE 6）の分析結果である図3（p. 1072，Fig. 3）を見ると，上式の値は

(－1.2586－0.9286)/4.0－(0.2131－0.0031)/2.0＋(0.1476＋0.0153)/0.25
＝－0.0002

となっており，この場合も計算誤差のためゼロではないが，理論値ゼロに極めて近い値であることが分る。

米国に関するコウホート表（p. 1066，TABLE 2）は標準コウホート表ではなく年次間隔が2年で年齢区分の間隔が10年（但し最初の区分18-24は変則的な7年でモデル分析の際に著者らがどのように扱ったか不明であるがここでは簡単のため区分15-24と同じものと見做す）の一般コウホート表である。一般コウホート表の分析では，合成コウホートのコウホート効果に関する仮定を導入する必要があるが，ここでは川口（2008，2009）と同様の仮定を導入する。すると米国の場合

年齢効果の（最若年の推定値－最老年の推定値）／年齢効果の HPV

−0.2×時代効果の（最先年の推定値−最晩年の推定値）／時代効果の HPV
＋コウホート効果の（最老年の推定値−最若年の推定値）／コウホート効果の HPV
＝0

というパラメータの推定値に関する理論的関係が，パラメータの真の値とは無関係に成立する。米国に関する分析結果である図１（p. 1067，Fig. １）を見ると，上式の実際の値は

（−0.1514−0.1136）/1.0−0.2（−0.1464−0.0883）/0.25＋（−0.1356＋0.3287）/0.5
＝0.30896

となる。この値が理論値ゼロと異なるのは，上述の私の仮定が著者らの仮定と同じであるならば，計算誤差のせいである。川口（2008，2009）の経験によれば，この程度の計算誤差は珍しくない。

グレン（Glenn, 1989）の批判にもかかわらず佐々木と鈴木（Sasaki and Suzuki, 1989）が強い自信を示したように，川口の上述の批判に対しても我々は同様の自信を持ち続けることが可能であろうか。そのような自信は崩壊せざるを得ないと私は考えている。

第４章　A/P/C コウホート分析の直面する危機

上述のように，現在の A/P/C コウホート分析のパラダイムはメイソンらによって形成され，そのパラダイムの基本的な論点を要約すると次のとおりである。第一に，A，P，C の３要因を同時に考慮することが望ましい。第二に，A，P，C の各要因の効果は，限られた知識水準での関数関係の特定は困難だから，その要因の区分（分割）された水準毎の効果を示すパラメータの線形関数としてダミー変数を利用して自由（functional-free）な形で表わすことが望ましい。第三に，そのモデルの各パラメータの統計的な推計の際に必要な，『識別問題』を回避するための付加的な制限は，必要最小限にすべきである。

このようなパラダイムの下で多くの研究者が A/P/C コウホート分析に関

する「通常科学」の伝統を築き上げてきたのである。『識別問題』を回避するために，ある者は第一の論点に反し,1要因を無視し２要因だけを考慮しようとした。ある者は第二の論点に反し，各要因の効果を非線形の関数で表わしたり，個別科学の知識を利用して観察結果と各要因（又は関連する変数）との間の関数関係を特定しようとした。ある者は第三の論点に反し，複雑な付加的制限を導入しようとした。しかし現在のパラダイムの下では，パラダイムの基本的な論点に反するこのような研究方向は，決して主導的なものとはなり得ないであろう。

現在のパラダイムの基本精神を要約すれば「限られた知識の下で可能な限りの一般性を保持する」ということである。このような A/P/C コウホート分析モデルは，科学方法論から見て，あらゆる邪悪をもたらす開けてはいけないパンドラの箱であろうか，それともあらゆる恵をもたらす豊穣の角であろうか。

上述のように，可能な限りの一般性を保持することから『識別問題』が発生し，各要因効果の推計に解決し難い統計学上の問題を引きおこしている。メイソンらの伝統的な推計法によるパラメータの推計しても，Intrinsic Estimator（IE）による推計にしても，中村のベイズ型モデルによる推計にしてもそうである。推計値に不明なバイアスが含まれていたり，不当な制約が課せられていたりするので，何を推計しているのか分らないのである。

科学方法論から見た問題はもっと深刻である。つまり A，P，C の３要因の効果を例え正確に推計できたとしても，それらの効果が何によってもたらされているのか，その効果をもたらす個別科学上の実体が不明のままである。メイソンらは個別科学の「限られた知識」を理由に，各要因の区分（分割）された水準毎の効果を量的に把握することだけに焦点を合わせたのであろう。メイソンらが考えたように，個別科学によっては，そのような効果を量的に把握するだけでも，大きな恵となるかもしれない。しかし多くの個別科学にとっては，そのような実体を全く解明しえない分析方法を利用し続けることは，認識活動の放棄に他ならない。上述のように，科学の本質は人間の累積的な認識活動であるから，認識活動の放棄はその個別科学の放棄に他ならない。

科学方法論から見たもう一つの深刻な問題は，上述の統計学上の問題とも深く関っている。つまり，現在利用されている上述のような A/P/C コウホート分析の推計法では，科学的ないし統計的な仮説の検証ができないという問題である。上述のように，科学的認識の深化にとって，科学的経験に基づく理論的仮説の検証は不可欠であるから，この問題は深刻である。

現在のパラダイムの下での上述のような A/P/C コウホート分析は，科学方法論からみて，また統計学的にみて，以上のような深刻な危機に瀕しているので，私はパンドラの箱であると考えている。しかし「可能な限りの一般性を保持する」ように構成された現在の A/P/C コウホート分析モデルは，いわばあらゆる可能性を秘めた「IPS 細胞」にも例えられるものであり，次に述べるように，その利用の仕方によっては豊穣の角にもなり得ると私は考えている。

第５章　A／P／C コウホート分析の危機からの脱出のパラダイム

以上の考察から明らかなように，A/P/C コウホート分析の危機からの脱出のパラダイムは，次のような条件を満たす必要がある。第一に，各要因の効果をもたらす個別科学上の実体の解明に寄与し得ること。第二に，科学的経験に基づいて科学的（統計的）な仮説の検証ができること。第三に，『識別問題』のような解決しえない統計学上の問題が発生せず，適当な推計法を利用すれば，パラメータの推計値に不明なバイアスが含まれたり不当な制約が課せられたりすることがないこと。

このような条件を満たすパラダイムは「可能な限りの一般性を保持する」ように構成された現在の A/P/C コウホート分析モデルの一般性を，各要因の効果をもたらす個別科学上の実体の解明に寄与し得るように，次の方法で若干制約するだけで得られる。この点を，（1）式のコウホート分析モデルを利用した簡単な具体例で，分かりやすく説明すると次のとおりである。

この事例はある食品の年齢階級別消費の推移に関するものであるから，経済学の知識に基づいて，時代効果は「価格」P と「所得」I によって説明される，という仮説をたてることにしよう。そこで「価格」P と「所得」I の

次のようなデータを準備する。なお，小文字の偏差 p と偏差 i はそれぞれ価格 P と所得 I の平均値からの偏差を示す。仮説に基づ

	P	偏差 p	I	偏差 i
1970年	P_1	p_1	I_1	i_1
1980年	P_2	p_2	I_2	i_2
1990年	P_3	p_3	I_3	i_3
2000年	P_4	p_4	I_4	i_4
平均値	$\underline{P}$	0	$\underline{I}$	0

但し，偏差 $p_k = P_k - \underline{P}$，　偏差 $i_k = I_k - \underline{I}$

いて，時代効果 β_1^P，β_2^P，β_3^P，$\beta_4^P = -\beta_1^P - \beta_2^P - \beta_3^P$，を次のように表わす。但し次の式に現れる a と b は，価格と所得の変化によって時代効果を表わすための，理論的な未知のパラメータである。

$$\beta_1^P = ap_1 + bi_1$$
$$\beta_2^P = ap_2 + bi_2$$
$$\beta_3^P = ap_3 + bi_3$$
$$\beta_4^P = ap_4 + bi_4$$

すると（1）式は（1’）式のように変形される。

$$Y_1 = \mu + \beta_1^A + ap_1 + bi_1 + \beta_4^C + \varepsilon_1$$
$$Y_2 = \mu + \beta_2^A + ap_1 + bi_1 + \beta_3^C + \varepsilon_2$$
$$Y_3 = \mu + \beta_3^A + ap_1 + bi_1 + \beta_2^C + \varepsilon_3$$
$$Y_4 = \mu - \beta_1^A - \beta_2^A - \beta_3^A + ap_1 + bi_1 + \beta_1^C + \varepsilon_4$$
$$Y_5 = \mu + \beta_1^A + ap_2 + bi_2 + \beta_5^C + \varepsilon_5$$
$$Y_6 = \mu + \beta_2^A + ap_2 + bi_2 + \beta_4^C + \varepsilon_6$$
$$Y_7 = \mu + \beta_3^A + ap_2 + bi_2 + \beta_3^C + \varepsilon_7$$
$$Y_8 = \mu - \beta_1^A - \beta_2^A - \beta_3^A + ap_2 + bi_2 + \beta_2^C + \varepsilon_8$$
$$Y_9 = \mu + \beta_1^A + ap_3 + bi_3 + \beta_6^C + \varepsilon_9$$
$$Y_{10} = \mu + \beta_2^A + ap_3 + bi_3 + \beta_5^C + \varepsilon_{10}$$
$$Y_{11} = \mu + \beta_3^A + ap_3 + bi_3 + \beta_4^C + \varepsilon_{11}$$
$$Y_{12} = \mu - \beta_1^A - \beta_2^A - \beta_3^A + ap_3 + bi_3 + \beta_3^C + \varepsilon_{12}$$
$$Y_{13} = \mu + \beta_1^A + ap_4 + bi_4 - \beta_1^C - \beta_2^C - \beta_3^C - \beta_4^C - \beta_5^C - \beta_6^C + \varepsilon_{13}$$

$$Y_{14}=\mu+\beta_2^A+ap_4+bi_4+\beta_6^C+\varepsilon_{14}$$
$$Y_{15}=\mu+\beta_3^A+ap_4+bi_4+\beta_5^C+\varepsilon_{15}$$
$$Y_{16}=\mu-\beta_1^A-\beta_2^A-\beta_3^A+ap_4+bi_4+\beta_4^C+\varepsilon_{16}$$
――――――――――――――――――――――（１’）

この（１’）式の回帰分析モデルでは，価格 P と所得 I の値が全く変化しないというような非現実的で特異な場合を除けば，通常独立変数の係数列ベクトルは一次独立となり，普通の最小二乗法（OLS）でパラメータの値を推計することができる。この分析モデルが，A/P/C コウホート分析の危機からの脱出のパラダイムが満たすべき，上述の三条件を満たしていることは明らかである。

この事例から明らかなように，危機からの脱出のパラダイムが満たすべき三条件は，現在の極めて一般的な A/P/C コウホート分析モデルの一般性（自由度）を，少なくとも一つの要因の効果（事例では時代効果）を，その効果をもたらす実体の変化に関する少数の変数（事例では価格と所得）で表わし，制限することによって容易に達成される。

このような研究方向がこれまで見られなかった訳ではない。例えば O’Brien, R.M.（2000）や Winship, C. and D.J. Harding（2008）はその好例であろう。しかし O’Brien（2000，p. 123及び p. 137）が述べているように，このような研究方向は一般に認知されることがなく知られないままであった。その理由としては次のことが考えられる。第一に，現在のパラダイムの下では，パラダイムの基本的な論点に反するこのような研究方向は，決して主導的なものとはなり得ないということである。「科学革命」が起こって科学者たちが新しい「パラダイム」の下に新しい「通常科学」の伝統を拓き始めない限り，事態が大きく変わることはないであろう。第二に，科学方法論にまで遡った本格的な論理展開がなされていないということである。ややもすると『識別問題』の解決のための技術的な手法の展開にすぎないものとして受取られたのではないだろうか。この第二の点は私が本論文を書こうと思ったきっかけでもある。第三に，極めて一般的で自由度が大きいにもかかわらず，極めて簡潔で分かりやすい現在の A/P/C コウホート分析モデルと比較して，彼らのモデルが複雑で分かりにくくなっているのではないだろうか。私はこの第三

の点を考慮して，上述のように，現在のA/P/Cコウホート分析モデルの枠組と同じ枠組の「危機からの脱出のパラダイム」を提案したのである。

（事例分析）

森のリンゴとバナナのコウホート表（川口・森，2014，87-88頁）を利用して，（１’）と同様の分析モデルでコウホート分析を行った結果は次の通りである。但しこの場合のコウホート表は標準コウホート表ではなく一般コウホート表であるから，合成コウホートのコウホート効果に関する仮定が必要であり，その仮定として川口（2008）と同様の仮定を利用した。また消費量，実質価格，実質消費支出（所得）は自然対数値に変換して分析を行った。

〈両自然対数重回帰モデル　リンゴ　22-72　1979-2012〉

決定係数RR＝0.9760　自由度DF＝344　定数項1.2758＊＊
A1：-0.0837**，A2：-0.0990**，A3：-0.0042，A4:0.0009，A5：-0.0415*，A6：-0.0800**，
A7：-0.0768**，A8：-0.0004，A9:0.1032**，A10:0.1296**，(A11:0.1519　ゼロ和制約）
C1:0.7765**，C2:0.7706**，C3:0.7919**，C4:0.8328**，C5:0.8346**，C6:0.8274**，
C7:0.7848**，C8:0.7379**，C9:0.6337**，C10:0.4023**，C11:0.2182**，C12：-0.0620*
C13：-0.3672**，C14：-0.6549**，C15：-0.9756**，C16：-1.2125**，C17：-1.4795**，
（C18：-2.8591　ゼロ和制約）
支出弾力性：1.5349**，価格弾力性：-0.5712**，時代効果の計算値は下記の通り
P１：-0.2914，P２：-0.2300，P３：-0.2121，P４：-0.1648，P５：-0.1126，P６：-0.0781，
P７：-0.1707，P８：-0.0962，P９：-0.0341，P10：0.0411，P11：0.0111，P12：0.0216，
P13：0.0071，P14：0.0017，P15：0.0981，P16：0.0961，P17：0.0810，P18：0.1115，
P19：0.1270，P20：0.1294，P21：0.0520，P22：0.0562，P23：0.0170，P24：0.1036，
P25：0.0921，P26：0.0522，P27：0.0289，P28：0.0206，P29：0.0328，P30：0.0665，
P31：0.1045，P32：0.0685，P33：0.0155，P34：-0.0460

〈両自然対数重回帰モデル　バナナ　22－72　1979-2012〉

決定係数RR＝0.9429　自由度DF＝344定数項　1.4547**
A1：-0.8307**，A2：-0.6784**，A3：-0.5602**，A4：-0.5050**，A5：-0.4188**，A6：-0.2435**，
A7:0.0271，A8:0.3744**，A9:0.7107**，A10:0.9548**，（A11:1.1697　ゼロ和制約）
C1：-1.2357**，C2：-1.0206**，C3：-0.7466**，C4：-0.5091**，C5：-0.2858**，C6：-0.1437**，
C7：-0.0474，C8:0.0232，C9:0.1613**，C10:0.3285**，C11:0.4439**，C12:0.4455**，
C13:0.4371**，C14:0.4363**，C15:0.4622**，C16:0.4934**，C17:0.5640**，
（C18:0.1936　ゼロ和制約）
支出弾力性：-1.5970**，価格弾力性：-0.3883**，時代効果の計算値は下記の通り

Ｐ１：0.1528，Ｐ２：0.1334，Ｐ３：0.1204，Ｐ４：0.1077，Ｐ５：0.0132，Ｐ６：0.0458，
Ｐ７：-0.0045，Ｐ８：0.0432，Ｐ９：0.0522，P10：-0.0270，P11：-0.0520，P12：-0.0859，
P13：-0.1056，P14：-0.1346，P15：-0.0422，P16：0.0104，P17：0.0014，P18：-0.0593，
P19：-0.0670，P20：-0.0805，P21：-0.0560，P22：0.0068，P23：0.0361，P24：-0.0436，
P25：-0.0253，P26：-0.0286，P27：-0.0081，P28：0.0284，P29：-0.0293，P30：-0.0223，
P31：0.0005，P32：0.0156，P33：0.0589，P34：0.0449

備考）**：１％水準で有意，*：５％水準で有意
年齢階級は A1：20-24，A2：25-29，・・，A11：70-74，年次は P1：1979，P2：1980，・・，P34：2012，
コウホートは C1：1905-09，C2：1910-14，・・，C18：1990-94，である。

まとめ

上述の事例分析は，本稿で提案した新たなコウホート分析法による分析の具体例を示すための，単なる事例分析であることをお断りしておきたい。本格的な応用分析は今後の課題として残されている。

かってシュンペーター（J. A. Schumpeter）は，資本主義経済の発展を均衡ではなく技術進歩と新結合に基づく創造的破壊の過程として捉えた。またヴェブレン（T. B. Veblen）は，資本主義経済の発展に伴って人々の意識形態（慣習として受入れられている行為規範ないし選好）も進化論的に変化し，競争心に基づく顕示的消費が呼び起こされ，消費パターンも不可逆的に変化すると論じた。

このように経済は長期的には質的変化（あるものから他のものへの変化）を遂げ，その分析の論理は形式論理ではなく弁証法的論理でなければならない。形式論理においては，「ひとつのもの」が「あるもの」であり同時に「他のもの」であるということは許されず，また「あるもの」が「他のもの」になるということも許されないからである。なお，人間は自然および社会の中で「あるもの」が「他のもの」になる様々な場合を経験し，その総経験の所産として質的変化の様相について一定の体系的な知識を持っている。このような体系的な知識は，質的変化を伴う場合の思考を進める際に意識的に利用されるので論理となるが，このような論理は「弁証法的論理」と呼ばれている（川口，1981）。

伝統的な経済学（新古典派経済学）の分析論理は基本的には形式論理であ

り，質的変化を無視しうる比較的短期的な経済現象の分析のためのものであると考えられる。従って伝統的な需要理論も，ヴェブレンが言うような消費パターンの長期的不可逆的な変化を扱うようにはなっていないのである（専修大学社会科学年報44号／2010年／49頁に示されるように，森・三枝も伝統的ミクロ経済学の両巨人 Stigler and Becker（1977）の「嗜好（tastes）はやたらに（capriciously）変化することも人々の間で有意に異なることもない」という命題を疑問視している）。ヴェブレンの著書『有閑階級の理論』（高哲男訳，1998）の訳者で同僚の高哲男は，その訳者解説457頁で次のように述べている。「・・経済の世界は究極的には生産と消費の世界ですが，伝統的な経済学は，とくに効率の視点から生産や分配（価格決定）についての詳細な分析を提供してきただけで，消費の具体的な中身はほとんど分析してきませんでした・・」。

現在の需要分析のパラダイムは，基礎が曖昧な不変の効用関数から形式論理だけで導出される需要関数に基づいた，形式的で中身のない需要分析ではないだろうか。このようなパラダイムの下での通常科学では，長期的変化をも分析対象とするコウホート分析と伝統的な需要分析とは相性が悪いのかもしれない。しかし人口の年齢構成が大きく変化する中で，真に中身のある需要分析をするためには，社会学等の研究成果を取入れ長期的変化をも分析対象とするコウホート分析の考え方を，もっと取入れるべきではないだろうか。

なお，上述のような集計データ（aggregate population-level data）ではなく，継続的な標本調査によるマイクロデータ（micro data）や，同一人間集団の時系列的な観察データ（longitudinal data）を利用する，異なったタイプの分析モデル（例えば hierarchical model/Yang and Land, 2013, chap.3 and 7）による分析も試みられている。しかし，簡潔で一般的な従来の A/P/C コウホート分析の枠組の中での，新たなパラダイムの確立をまず優先すべきであると私は考えている。何故なら，異なったタイプの分析法は新たな知見をもたらす可能性がある反面，従来の分析を一層複雑にし，コウホート分析の全体の見通しをさらに悪くする可能性もある，と推察されるからである。

参考文献

川口雅正（1981）「統計学の学問的性質について」『九州大学農学部学芸雑誌』第36巻第１号，25-46頁.

武谷三男（1968a)「弁証法の諸問題」星野芳郎編『武谷三男著作集１』勁草書房，１-170頁.

武谷三男（1968b)「続弁証法の諸問題」星野芳郎編『武谷三男著作集１』勁草書房，171-360頁.

牧二郎（1967）「科学論の哲学的諸問題」務台理作・古在由重編『哲学の課題』岩波書店，117-135頁.

大森義太郎（1953）『唯物弁証法読本』黄土社，292頁.

戸坂潤（1966a）「科学方法論」勁草書房編『戸坂潤全集第１巻』勁草書房，１-114頁.

戸坂潤（1966b)「科学論」勁草書房編『戸坂潤全集第１巻』勁草書房，115-227頁.

Braithwaite, R.B. (1964) *Scientific Explanation: a study of the function of theory, probability and law in science: based upon the Tarner lectures, 1946,* Cambridge Univ. Press, x ii +376 pages.

赤摂也訳／スティーブン・F・バーカー著／（1968）『数学の哲学』（哲学の世界６）培風館，vi＋182頁.（Stephen F. Barker (1964) *Philosophy of Mathematics* (Foundations of Philosophy Series), Prentice-Hall, Inc., x iii +111 pages）.

吉田洋一・赤摂也（1954）『数学序説改訂版』培風館，ix＋283頁.

中山茂訳（1971）『トーマス・クーン科学革命の構造』みすず書房，（1997年９月30日初版第27刷）ix＋277頁.（Thomas S. Kuhn (1962, 1970) *The Structure of Scientific Revolutions,* The University of Chicago Press, x ii+210 pages）.

川越敏司・内木哲也・森徹・秋永利明（1999）『Friedman and Sunder 実験経済学の原理と方法』同文館，x iii＋235頁.（Friedman, D. and S. Sunder (1994) *Experimental Methods : A Primer for Economists,* Cambridge University Press, x iii+235 pages）.

川越敏司（2007）『実験経済学』東京大学出版会，x ⅷ＋271頁.

魚津郁夫（1968）「知識と方法－プラグマティズム」古在由重・真下信一編『現代の哲学』岩波書店，133-172頁.

高哲男訳／T. B. ヴェブレン著／（1998）『有閑階級の理論－制度の進化に関する経済学的研究－』筑摩書房，460頁.

竹内啓訳／J. ジョンストン著／（1964）『計量経済学の方法』東洋経済新報社，ix＋304頁.

中川徹・小柳義夫（1982）『最小二乗法による実験データ解析－プログラム SALS』東京大学出版会，（2007年９月10日初版第12刷）vi＋206頁.

森宏編（2001）『食料消費のコウホート分析一年齢・世代・時代』専修大学出版局，x＋376頁.

朝野熙彦（2001）「コウホート分析の比較方法論的考察」森宏編（2001）347-366頁.

森宏ら(2001)「戦後における食料消費の激変と世代効果－報告と討論－」森宏編(2001)273-309頁.

森宏・Dennis L. Clason(2007)「社会科学研究のためのコウホート分析－考え方と手法－」専修大学社会科学研究所『社会科学年報』第41号，17-38頁.

川口雅正(2007)「コメント，特に IE を中心に」(コウホート分析における『識別問題』の克服－中村・IE モデルの比較検討－／田中・三枝・森・川口１-44頁の分担部分)『専修経済学論集』第42巻第１号，39-44頁.

川口雅正(2008)「シミュレーション結果の差異に関する理論的考察－IE 解および中村のベイズ解の構造的問題－」(コウホート分析における識別問題への対処－シミュレーションによる検定－／森・三枝・川口69-99頁の分担部分)専修大学社会科学研究所『社会科学年報』第42号，81-88頁.

川口雅正(2009)「推計法の構造的問題について」(コウホート分析におけるベイズ型と IE モデルのシミュレーション比較(標準コウホート表)－改善のための提案／森・川口・三枝105-134頁の分担部分)『専修経済学論集』第44巻第１号，112-117頁.

川口雅正(2010)「隣接するパラメータの一次階差の絶対値の総和を最小にする最小二乗解－A/P/C コウホート分析における「等値制約」の新解釈－」(コウホート分析－A/P/C モデルにおける等値制約の比較検証／森・川口・三枝79-122頁の分担部分)『専修経済学論集』第45巻第１号，89-94頁および118-122頁.

川口雅正・森宏(2014)「科学方法論からみたコウホート分析の新解釈－危機からの脱出のパラダイム－」『専修大学社会科学年報』第48号，65-91頁，2014年２月.

鈴木達三(1984)「市場調査データとコウホート分析」『ブレーン』第24巻第９号，(昭和59年９月号)45-56頁.

Yang, Y., S. Schulhofer-Wohl, W.J. Fu, and K.C. Land (2008) “The Intrinsic Estimator for Age-Period-Cohort Analysis: What It Is and How to Use It” *American Journal of Sociology,* Vol.113, No.6, pp.1697-1736.

Fu, W.J. (2008) “A Smoothing Cohort Model in Age Period Cohort Analysis With Applications to Homicide Arrest Rates and Lung Cancer Mortality Rates” *Sociological Methods & Research,* Vol.36, No.3, pp.327-361.

Sasieni, P.D. and J. Adams (2000) “Analysis of cervical cancer mortality and incidence data from England and Wales: evidence of a beneficial effect of screening” *Journal of Royal Statistical Society, Series A,* Vol.163, Part 2, pp.191-209.

Heuer, C. (1997) “Modeling of Time Trends and Interactions in Vital Rates Using Restricted Regression Splines” *Biometrics,* Vol.53, No.1, pp.161-177.

Lee, W.C. and R.S. Lin (1996) “Autoregressive Age-Period-Cohort Models” *Statistics in Medicine,* Vol.15, Issue 3, pp.273-281.

Stigler, George and Gary Becker (1977) “De Gustibus Non Est Disputandum” *American Eco-*

nomic Review, Vol.67, No.2, pp.76-90.

Winship, C. and D.J. Harding(2008)"A Mechanism-Based Approach to the Identification of Age-Period-Cohort Models" *Sociological Methods & Research,* Vol.36, No.3, pp.362-401.

O'Brien, R.M. (2000) "Age Period Cohort Characteristic Models" *Social Science Research,* Vol.29, pp.123-139.

Yang, Y., W.J. Fu, and K.C. Land (2004) "A Methodological Comparison of Age-Period-Cohort Models: The Intrinsic Estimator and Conventional Generalized Linear Models" *Sociological Methodology,* Vol.34, pp.75-110.

Smith, H.L. (2004) "Response: Cohort Analysis Redux" *Sociological Methodology,* Vol.34, pp.111-119.

Holford, T.R. (1991) "Understanding the Effects of Age, Period, and Cohort on Incidence and Mortality Rates" *Annual Review of Public Health,* No.12, pp.425-457.

Holford, T.R. (1983) "The Estimation of Age, Period and Cohort Effects for Vital Rates" *Biometrics,* Vol.39, No.2, pp.311-324.

Holford, T.R. (1985) "An alternative approach to statistical age-period-cohort analysis" *Journal of Chronic Diseases,* Vol.38, No.10, pp.831-836.

Kupper, L.L., J.M. Janis, A. Karmous, and B.G. Greenberg (1985) "Statistical Age-Period-Cohort Analysis: A Review and Critique" *Journal of Chronic Diseases,* Vol.38, No.10, pp.811-830.

Mason, K.O., W.M. Mason, H.H. Winsborough, and W.K. Poole (1973) "Some Methodological Issues in Cohort Analysis of Archival Data" *American Sociological Review,* Vol.38, No.2, pp.242-258.

Mason, K.O., W.M. Mason, H.H. Winsborough, and W.K. Poole (1972) "Some Methodological Issues in Cohort Analysis of Archival Data" *Working Paper 72-22* (Revision of a paper presented at the annual meeting of the American Sociological Association, New Orleans, August 28-31, 1972).

Searle, S.R. (1971) *Linear Models,* John Wiley & Sons, Inc., viii+532 pages.

Glenn, N.D. (2005) *Cohort Analysis, second edition,* Sage Publications, Inc., vii+61 pages.

Sasaki, M., and T. Suzuki (1987) "Changes in Religious Commitment in the United States, Holland, and Japan" *American Journal of Sociology,* Vol.92, No.5, pp.1055-1076.

Glenn, N.D. (1989) "A Caution about Mechanical Solutions to the Identification Problem in Cohort Analysis: Comment on Sasaki and Suzuki" *American Journal of Sociology,* Vol.95, No.3, pp.754-761.

Sasaki, M., and T. Suzuki (1989) "A Caution about the Data to be Used for Cohort Analysis: Reply to Glenn" *American Journal of Sociology,* Vol.95, No.3, pp.761-765.

Rentz, J.O., F.D. Reynolds, and R.G. Stout (1983) "Analyzing Changing Consumption Patterns with Cohort Analysis" *Journal of Marketing Research,* Vol.20, No.1, pp.12-20.

Clason, D.L. (2013) *Estimating parameters in cohort models: Yang's Intrinsic Estimator and Nakamura's Bayesian Estimator,* (Private Communication Paper), 20 pages.

Mori, H., and D.L. Clason (2004) "Cohort Approach as an Effective Means for Forecasting Consumption in an Aging Society: The Case of Fresh Fruit in Japan" *Senshu University Economic Bulletin,* Vol.38, No.2,（『専修経済学論集』第38巻第２号）pp. 45-70.

Yang, Y. and K.C. Land (2013) *Age-period-cohort analysis : new models, methods, and empirical applications,* Boca Raton : CRC Press, xiii +338 pages.