九州産業大学国際文化学部紀要　第26号　81－91（2003）

$N=Z$核におけるアイソスカラーおよびアイソベクター相関

金　子　和　也†

概　要

中重原子核（$N>Z$）における$J=0$対相関（アイソベクター相関）の大きさは，奇偶質量差の実験値から，おおよそ近似的に$\Delta=12/\sqrt{A}$MeVによって表されることは古くから知られているが，$N=Z$核では，その大きさと系統的な振る舞いは大きく異なっている。$N=Z$偶-偶核では平均的な値$\Delta=12/\sqrt{A}$MeVの倍近い値を示す一方で，$N=Z$奇一奇核では反対に著しく小さい値を示す。本論文では，これらの特異な振る舞いについて，質量公式（または液滴模型）および微視的殻模型の２つの観点から分析を行なった。この結果，質量公式ではいわゆるWigner energyが，また殻模型ではアイソスカラー相関が$N=Z$核における特異な振る舞いに対して重要な役割を演じていることが明らかになった。

1　序　論

原子核を構成している核子（陽子，中性子）によるアイソベクター型の中性子・中性子対および陽子・陽子対は，互いに角運動量$J=0$に組んで超伝導状態にあると考えられる。このことは，Bardeen，Cooper，Schriefferにより金属の超伝導理論［1］が提唱された翌年（1958年）にこの理論を用いてBohr，Mottelsonにより示された［2］。実験事実によれば原子核には次のような特徴がある。(1)偶一偶核の基底状態は例外なくスピン$I=0$であり，(2)ほとんどの奇核の基底状態のスピンとパリティは最後の奇数番目の粒子（空孔）が占める軌道と同じで，$I=j_a$である。これらのことは，アイソベクター（$T=1$），$J=0$に組んだ１対の同種粒子に対して，特に強い結合エネルギーを与えることを意味している。すなわち，偶一偶核の基底状態はつねにいくつかのこのような$J=0$対から構成され，奇核の基底状態のスピン，パリティは対を組み得ない最後の余分な奇粒子によって特徴づけられる。さらに，このことは，偶一偶核が最初に励起するには$J=0$対の結合をこわすためのいわゆるエネルギーギャップΔが発生することからもわかる。この$J=0$対の結合エネルギーの大きさは，偶一偶核と奇

† Department of Physics, Kyushu Sangyo University
email: kaneko@phys.kyusan-u.ac.jp

核の結合エネルギー $B(Z, N)$ の差による次のような中性子数に関する奇偶質量差から見積もることができ，おおよそ近似的に$\Delta=12/\sqrt{A}$MeVによって表されると考えられてきた［3］（図1）。

$$\Delta_n^{(3)}(Z, N)=\frac{(-1)^N}{2}[B(Z, N+1)-2B(Z, N)+B(Z, N-1)] \tag{1}$$

しかしながら，奇偶質量差を詳細に見ると，偶一偶核と奇核でその大きさが系統的に違ういわゆるodd-even staggeringのパターンを示すことが知られている（図2）。近年，Satula達は，奇核における奇偶質量差がアイソベクター $J=0$ 対相関によるエネルギーギャップの良い尺度であること，また偶-偶核と隣の奇核との差は変形核の単一粒子（平均場）エネルギー間隔を示していることを明らかにした［4］。それでは，$N=Z$ 核でもこれと同じように解釈できるのであろうか？答えは否である。事実，図3に見るように，$N=Z$ 偶一偶核では平均的な値Δの倍近い値を示す一方で，$N=Z$ 奇一奇核では反対に著しく小さい値を示している。このことは，対相関が $N=Z$ 偶一偶核で特

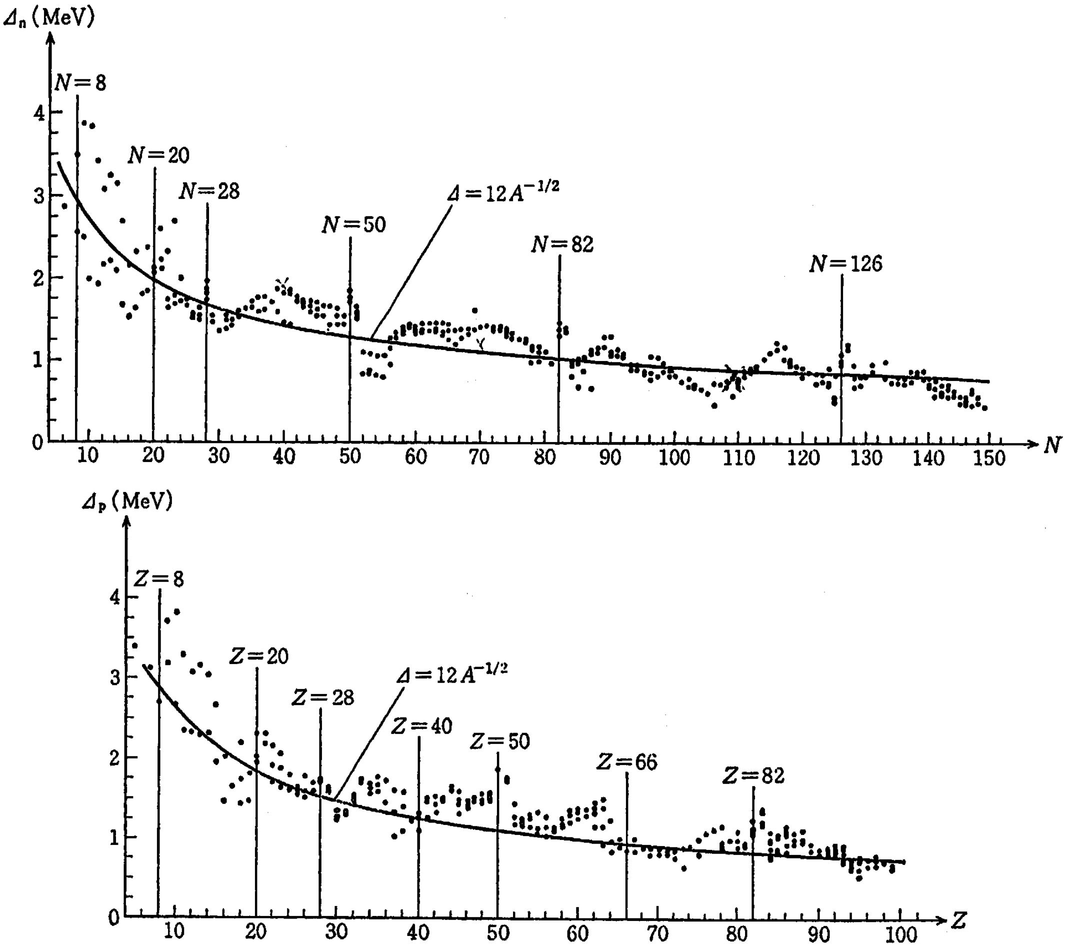

図1　中性子，陽子に対する奇遇質量差Δ_n，Δ_p
(N. Zeldes, A. Grill and A. Simievic, Mat. Fys. Skr. Dan. Vid. Selsk., 3, no.5 (1967)から掲載)

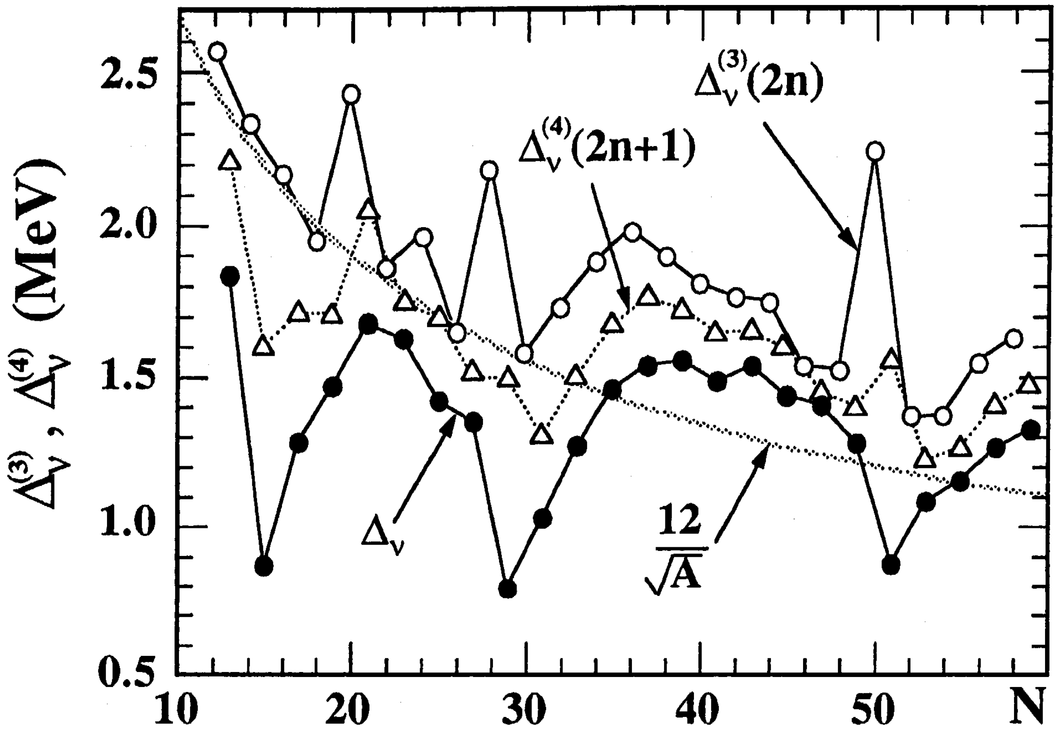

図 2　Empirical values of $\Delta_v^{(3)}$ and $\Delta_v^{(4)}$
(Satulta et al., Phys. Rev. Lett. 81, 3599 (1988) から掲載)

に大きく，逆に $N=Z$ 奇—奇核では非常に小さいことを意味するのであろうか？$N=Z$ 核では陽子・中性子相関が強く効くであろうことは容易に想像でき [5]，奇偶質量差に対しても大きな寄与をもたらすであろうと考えられる。$N=Z$ 原子核では，陽子と中性子が同じ量子数の単一粒子軌道を占有することにより，陽子と中性子間相互作用が強くなる。今のところ，陽子・中性子対の実験的証拠が何なのか，静的凝縮を形成するほど陽子・中性子対相関が強いのかどうか，といったようなことは明らかでない。先に述べたように中性子・中性子対および陽子・陽子対に関するアイソベクター型の $J=0$ 対相関は，良く知られているが，アイソスカラー型の陽子・中性子対相関についてはよくわかっていない。

本論文では，$N=Z$ 核における奇偶質量差の特異な振る舞いを質量公式（または液滴模型）および殻模型に基づく微視的理論により分析を行い，アイソスカラー対相関およびアイソベクターの対相関について調べる。

2　質量公式（または液滴模型）による分析

原子核の全体としての平均的な性質として，原子核の大きさは質量数Aに比例し（近似的に半径 $R=r_0A^{1/3}$）飽和性を示す。このため，結合エネルギーを表すために次のよ

うな現象論的な質量公式（または液滴模型）がよく使われる。

$$B(Z,\ N)=a_vA+a_sA^{2/3}+a_c\frac{Z^2}{A^{1/3}}+\frac{a_{sym}}{A}(N-Z)^2-\delta_p-\varepsilon_{pn}(A)\pi_{pn}+E_W(A) \quad (2)$$

ここで，π_{pn} は，奇一奇核だけに値を持つ因子 $\pi_{pn}=(1-(-1)^Z)(1-(-1)^N)/4$ である。右辺の第１項は，核の体積に比例する項で体積エネルギー，第２項は表面積に比例しているので表面エネルギーという。第３項目は，クーロンエネルギーである。第４項は対称エネルギーと呼ばれる項で，核の同重体では $N=Z$ に近いものがより安定であるという経験事実に基づいている。原子核の結合エネルギーは良く調べてみると上の式のような平均的なものに対していくつかの系統的な変動を示す。その１つが，序論で述べた偶核と奇核の結合エネルギーの差，いわゆる対エネルギー δ_p である。奇核を基準にして偶一偶核については $+\Delta$，奇一奇核については $-\Delta$ を付け加える（$\Delta=12/\sqrt{A}$ MeV）。第６項目の $\varepsilon_{pn}(A)$ は，奇一奇核における最後の陽子と中性子間の残留相互作用に伴う付加的エネルギーである。さらに，結合エネルギーは，$N=Z$ 核に対して次のような付加的エネルギーを持つことが実験的に知られている。

$$E_W=W(A)|N-Z|+d_T(A)\pi_{pn}\delta_{NZ} \quad (3)$$

右辺の第１項目は，最初にWignerによって導入されたいわゆるWignerエネルギーである。第２項目は，d-termと呼ばれる項で $N=Z$ 奇一奇核のみが持つ付加エネルギーである。このような質量公式(2)を用いて奇偶質量差(1)を計算すると，果たして図３のような $N=Z$ 核の特異な振る舞いは理解できるのであろうか？もし，出来るとすれば質量公式中のどの項により奇偶質量差が $N=Z$ 偶一偶核では大きく，$N=Z$ 奇一奇核では小さくなるのであろうか？また，そのメカニズムは何なのか？

体積エネルギー，表面エネルギー，クーロンエネルギーは，(1)式によって与えられる奇偶質量差にはほとんど寄与しないので以下では無視することにする。そこで，質量公式(2), (3)式を(1)式に代入し，パラメーターの質量依存性を無視すると，奇偶質量差は近似的に次のように表される。

$$\Delta_n^{(3)}(Z,\ N)\sim\frac{a_{sym}(A)}{A}+\Delta+W(A) \qquad N=Z=\text{even} \quad (4)$$

$$\sim-\frac{a_{sym}(A)}{A}+\Delta-W(A)+d_0(A)-\varepsilon_{pn}(A) \quad N=Z=\text{odd} \quad (5)$$

$$\sim(-1)^N\frac{a_{sym}(A)}{A}+\Delta \qquad N>Z \quad (6)$$

(4), (5), (6)式の右辺第１項は，対称エネルギーから起因する項で，$Z=$even に対しておよそ $a_{sym}/A\sim19/A$ だけ大きく，$Z=$odd に対しておよそ $a_{sym}/A\sim19/A$ だけ小さ

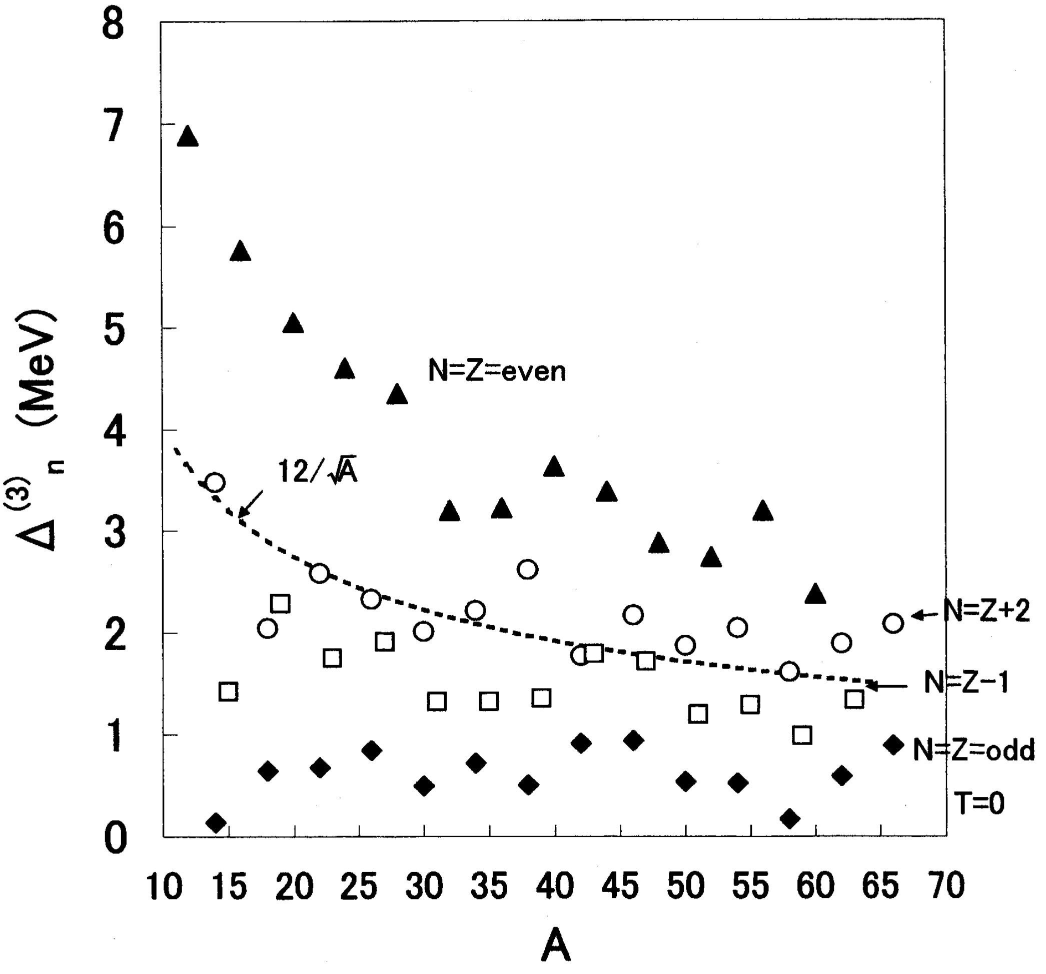

図3　$N=Z$ 核および $N=Z-1$ 核と $N=Z+2$ 核の奇偶質量差の実験値

く，さらに $N \neq Z$ 核に対して $(-1)^N \frac{a_{sym}(A)}{A}$ の寄与がある。このように，質量公式(または液滴模型）による結合エネルギーから得られる奇偶質量差には対称エネルギーの効果が混入してくることがわかる。しかし，この項は，液滴模型に殻補正を考慮するいわゆるStrutinski法 [6] による以下のような定性的な議論から，この問題は生じないことがわかる [4]。この方法では，結合エネルギーは次のように近似的に表される。

$$B(Z,\ N)=E_{sp}-\tilde{E}_{sp}+E_{macro} \tag{7}$$

$$E_{sp}=\sum_{k}^{A} e_k \tag{8}$$

ここで，E_{sp} は微視的Skyrme Hartree-Fock計算から得られる粒子占有状態の単一粒子エネルギー e_k の総和で，$\tilde{E}_{sp}$ はStrutinsky-averaged energy，そして E_{macro} は巨視的液滴エネルギーである。E_{sp} から奇偶質量差 $\Delta_n^{(3)}$ への寄与は次のように与えられ

る。

$$\Delta_n^{(3)}(Z,\ N)=0 \qquad \text{for} \quad N=2n+1 \tag{9}$$

$$=(e_{n+1}-e_n) \qquad \text{for} \quad N=2n \tag{10}$$

Strutinsky-averaged energy $\tilde{E}_{sp}$ から奇偶質量差への寄与は，Fermi energy λ付近の平均レベル密度 $g(\lambda)$ を用いると次のようになる。

$$\Delta_n^{(3)}(Z,\ N)\approx\frac{(-1)^N}{2g(\lambda)} \tag{11}$$

平均レベル密度は，レベル密度パラメーター $a\approx A/8$ と原子核中の有効核子質量 $m^*/m=0.70$ を用いると $g(\lambda)=3a/\pi^2(m^*/m)=0.0266A$ なので，Strutinsky-averaged energy $\tilde{E}_{sp}$ から奇偶質量差への寄与は，$\Delta_n^{(3)}\approx-18.8/A$ MeVである。一方，E_{macro} の対称エネルギーからの寄与は，$\Delta_n^{(3)}\approx a_{sym}/A\sim19/A$ なので，Strutinsky-averaged energy $\tilde{E}_{sp}$ からの寄与とちょうどキャンセルする。従って，(4), (5), (6)式の右辺第1項は，本来Strutinsky-averaged energy $\tilde{E}_{sp}$ からの寄与とキャンセルすると考えられるので，ここでは，各式の第1項目の対称エネルギーからの寄与を無視することにする。

図4から見るように，おおよそ $N=Z$ 核における奇偶質量差の特異な振る舞いの傾向を再現することがわかる。ただし，$N=Z$ 奇一奇核の奇偶質量差は，実験値にくらべ少し大きな値を示しているが，これは $N=Z+2$ 偶一偶核と隣の $N=Z-1$ 奇核での違いが原因と考えられる。ここで，対称エネルギー係数をDuflo, Zukerによって得られたものの近似式 $a(A)=4a_{sym}(A)=75$，奇一奇核の残留相互作用をBohr, Mottelsonの教科書に載っている $\varepsilon_{pn}(A)=20/A$ より少し大きなもの $\varepsilon_{pn}(A)=27/A$ と取った。また，Wigner energyとd-termは，Satula達よって得られた $W(A)=47/A$，および $d_0(A)\sim W(A)$ の関係を採用した。

以上のように，対称エネルギーからの寄与を無視すれば，$N=Z$ 核における奇偶質量差の $\Delta=12/\sqrt{A}$ MeV からの大きなズレは，基本的にWigner energyによるものである。$\Delta=12/\sqrt{A}$ MeV は，少しおおざっぱなので，その代わりに $N=Z$ 偶一偶核に対しては $N=Z+2$ 偶一偶核の奇偶質量差の実験値を，$N=Z$ 奇一奇核に対しては $N=Z-1$ 奇核の奇偶質量差の実験値を用いる。これは，E_{sp} と対エネルギー δ_p を合わせて，$N=Z$ 偶一偶核に対しては$N=Z+2$ 偶一偶核の奇偶質量差の実験値を，$N=Z$ 奇一奇核に対しては $N=Z-1$ 奇核の奇偶質量差の実験値に置き換えることに対応している。すると結果は，図5のようになり，$N=Z$ 偶一偶核と $N=Z$ 奇一奇核の奇偶質量差の実験値を極めて良く再現することがわかる。

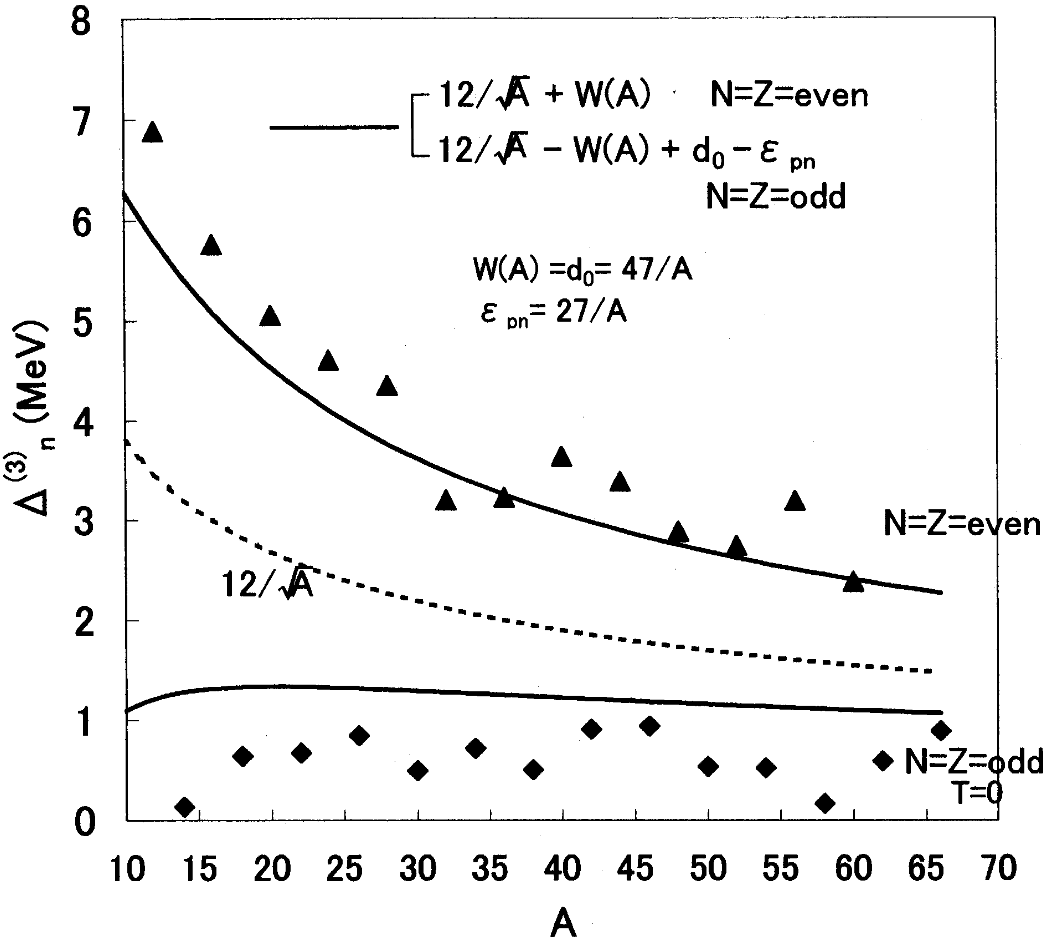

図4　質量公式から得られた$N=Z$核の奇偶質量差

3　アイソスカラー・アイソベクター相関モデルに基づく殻模型計算およびBCS計算

前章における現象論的質量公式の分析から，$N=Z$核の奇偶質量差の特異な振る舞いは対相関エネルギーとWigner energyの競合によるものであることが明らかになった。$N=Z$核の奇偶質量差を微視的に記述するために，次のようなアイソベクター$J=0$対相互作用とアイソスカラー対（モノポール）相互作用によるアイソスピン不変なモデルを考える。

$$H=H_0+H_P+H_{\pi\nu}^{\tau=0} \tag{12}$$

$$=\sum_{a}\varepsilon_a c_a^\dagger c_a-\frac{G}{2}\sum_{k}P_k^\dagger P_k-k^0\sum_{a\geqq b}\sum_{J,M}A_{JM,00}^\dagger(ab)A_{JM,00}(ab)+H_{mc} \tag{13}$$

第1項目は単一粒子hamiltonian，第2項目はアイソベクター$J=0$対相互作用，第3項目はアイソスカラー対相互作用，最後の項はモノポール補正項（アイソベクター相

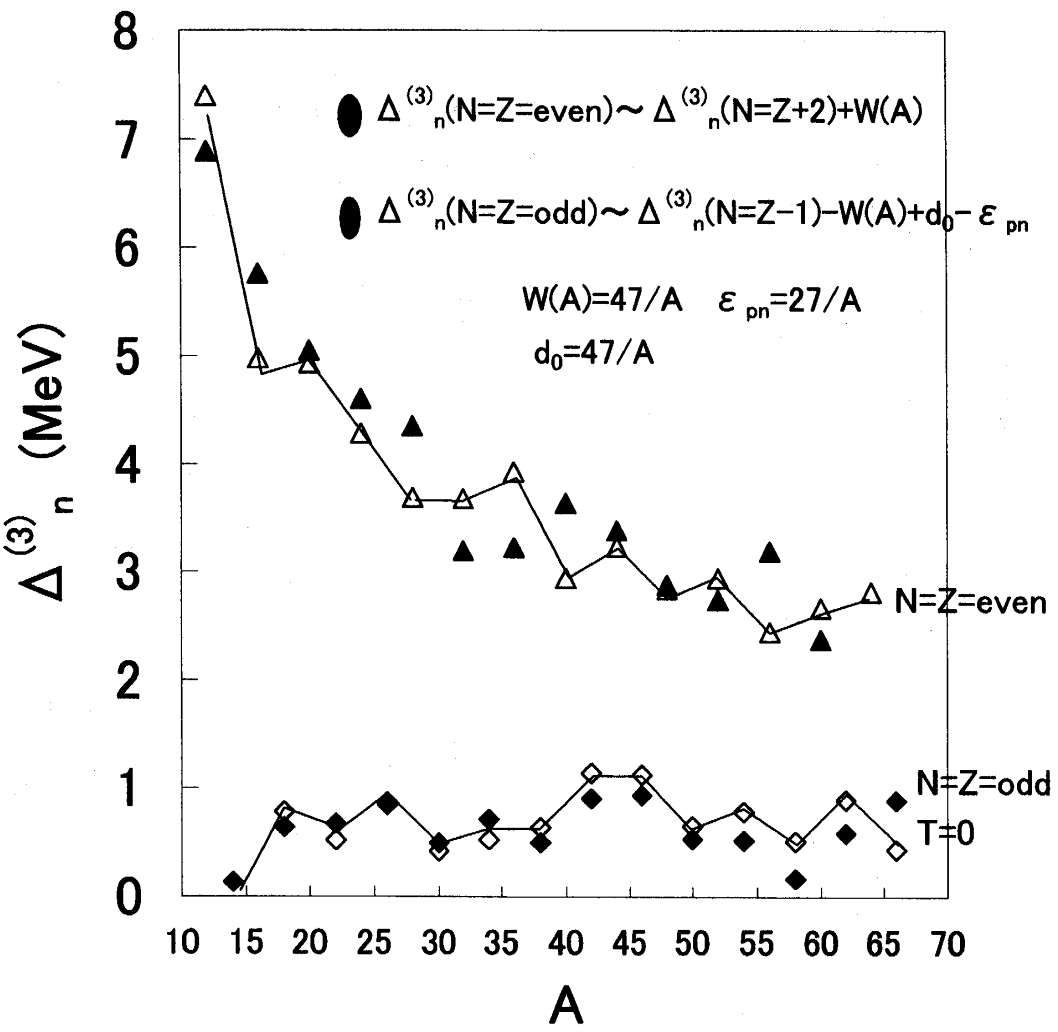

図5 $N=Z$ 偶一偶核と $N=Z$ 奇一奇核における標準的奇偶質量差Δの代わりに，それぞれ $N=Z+2$ 偶一偶核と$N=Z-1$ 奇核の実験値で置き換えた奇偶質量差。その他は図4で使ったパラメーターと同じ。

互作用）である。上記のようなアイソベクター $J=0$ 対相互作用の導入は，対相関を考える上で自然であるが，通常の対相互作用と異なる点は陽子・中性子成分を含んでいるということである。この陽子・中性子相互作用は，特に $N=Z$ 核に対し重要な役割を演ずる。

上の式のようなアイソスカラー対相互作用を導入する理由は，２つある。１つは，δ型相互作用を用いた殻模型計算から，Wigner energyの起源はアイソスカラー相互作用であることが，Satula達によって明らかにされていること[7]。このとき，陽子・中性子対の角運動量が $J=1$ だけでなく，他の J からの寄与も大きいことが指摘されいる。２つ目は，殻模型相互作用の中でいわゆるアイソスカラーモノポール相互作用が単一粒子軌道にあまり依らず大きな値を取ることである[8]。（これに対して，アイソベクターモノポール相互作用は小さい）上のhamiltonianを，それぞれsd-shellおよ

びfp-shell空間で対角化し，エネルギー固有値を求める。ここで，sd-shellでは，^{17}Oのエネルギーレベルから見積もった単一粒子エネルギー，fp-shellでは，^{41}Caのエネルギーレベルから見積もった単一粒子エネルギーを用いた。アイソベクター $J=0$ 対相互作用の強さは，$N=Z$ 核の隣の奇核における奇偶質量差の実験値をほぼ再現するよう $G=24.5/A$ に決めた。また，アイソスカラー対相互作用の強さは $N=Z$ 奇一奇核におけるlowest $T=0$ 状態と $T=1$ 状態のエネルギー差 $E(T=1)-E(T=0)$ が再現されるように $k^0=122.0/A$ とモノポール補正項を選んだ。さらに，Woods-Saxon potentialから得られた単一粒子エネルギーの下でBCS近似を行い，エネルギーギャップを計算した。ただし，G と k^0 は，殻模型計算と同じに取った。図6に，その計算結果を示す。殻模型計算およびBCS計算，いずれもかなり良く実験値の傾向を再現していることがわかる。ただし，$A=34$ 付近で，両計算とも奇偶質量差は実験値と比べて $N=Z$ 偶一偶核で大きく，$N=Z$ 奇一奇核で小さい値を示している。これは，ちょうどフ

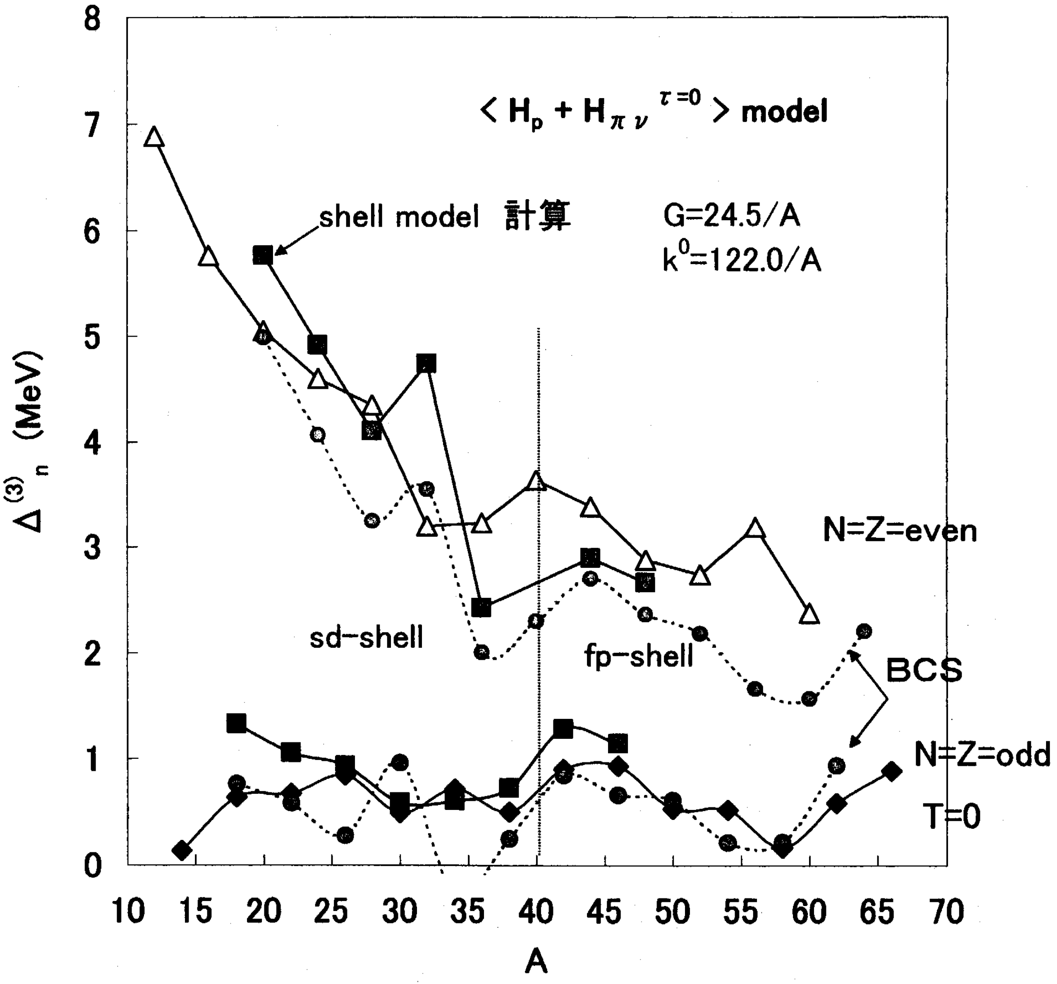

図6　$T=1$，$T=0$ 対相互作用(13)による殻模型計算から得られた $N=Z$ 核の奇偶質量差。

ェルミエネルギーが小さなスピン軌道 $s_{1/2}$ 近傍にあることによるものと思われる。

上式のアイソスカラー対相互作用は，強さが陽子・中性子対のスピン J に依存しないため，次のようにバレンス核子数演算子 $\hat{n}$ と全アイソスピン演算子 $\hat{T}$ によって書き換えることができる［9、10］。

$$H_{\pi\nu}^{\tau=0}=-k^0\sum_{a\geq b}\sum_{J,M}A^{\dagger}_{JM,00}(ab)A_{JM,00}(ab) \tag{14}$$

$$=-\frac{1}{2}k^0\left[\frac{\hat{n}}{2}\left(\frac{\hat{n}}{2}+1\right)-\hat{T}^2\right] \tag{15}$$

第2項目は，アイソスピン T の固有状態について $T(T+1)$ の形を持ち，対称エネルギーの主要部分を担っており，アイソベクター $J=0$ 対相互作用からの寄与と合わせて対称エネルギーになると考えられる。実際，おおよそ見積もった係数 $(k^0+G)/2=73.25/A$ は，対称エネルギー係数の経験的公式による $75/A$ と極めて近い値を示している。殻模型計算では，対称エネルギーは $T(T+1)$ の形で得られることは良く知られている。従って，Wigner energyに対応する係数は $(k^0+G)/4=37/A$ となり，前章において現象論的観点から得られた係数 $47/A$ は，これに比べ大きく，$T(T+1.25)$ に対応している。質量公式と殻模型のいづれも実験値を再現しているので，これは一見矛盾するように見える。しかしながら，$\Delta_n^{(3)}$ の計算において，質量依存性を考慮すると，殻模型ではWigner energyに対応する係数は $(k^0+G)/4=46/A$ となり，質量公式から得られたものと極めて近い値を示す。さらに，(1)式において結合エネルギー $B(Z, N)$ の代わりに $E_{\pi\nu}^{\tau=0}=\langle n,\ T|H_{\pi\nu}^{\tau=0}|n,\ T\rangle$ から得られる奇偶質量差はゼロとなり，前章におけるような対称エネルギーから奇偶質量差への寄与はないことを指摘しておく。このため，奇核における奇偶質量差は，この模型では純粋に対相関を記述していることがわかる［4］。

4　まとめ

$N=Z$ 核における奇偶質量差の特異な振る舞いを現象論的質量公式と微視的殻模型の2つの観点から分析を行った。その結果，質量公式のWigner energyによりこの特異な振る舞いを記述できることがわかった。殻模型による分析では，アイソベクター相関とアイソスカラー相関の競合により，この特異な振る舞いが理解できることが明らかになった。

一方，奇核における奇偶質量差は，純粋に $J=0$ 対相関エネルギーギャップを示していると考えられるが，質量公式の結合エネルギーから得られる奇偶質量差には対称エネルギーが混入してしまう。質量公式に限らず，結合エネルギーの中に対称エネルギーが単体として含まれているとき，必ずこの問題は発生する。例えば，Skyrme相互作

用によるHartree-Fock-Bogolyubovといった平均場計算においては，対称エネルギーが $a_{sym}|N-Z|^2/A$ の形で暗に含まれていると考えられるため，この問題が発生すると思われる。これに対し，殻模型相互作用は非常に強いアイソスカラーモノポール相互作用を持ち，近似的に(9)式または(10)式で表される。この相互作用は対称エネルギーを $T(T+1)$ の形で持つが，(10)式から得られる奇偶質量差は $N \neq Z$ の核に対してゼロとなり寄与しない。このため，奇核の奇偶質量差はアイソベクター $J=0$ 対相互作用からのみ得られ，純粋な対相関エネルギーギャップとなる。Satula達 [4] によって得られた“奇核における奇偶質量差はアイソベクター $J=0$ 対相関によるエネルギーギャップの良い尺度”という結論は，(15)式のようなアイソスカラー対相互作用のときに正当化されるのである。

参考文献

[1] J. Bardeen, L. N. Cooper, and J. R. Schrieffer, Phys. Rev. **108**, 1175 (1957).
[2] A. Bohr, B. R. Mottelson, and D. Pines, Phys. Rev. **110**, 936 (1958).
[3] N. Zeldes, A. Grill and A. Simievic, Mat. Fys. Skr. Dan. Vid. Selsk., **3**, no.5 (1967).
[4] W. Satula, J. Dobaczewski, and W. Nazarewicz, Phys. Rev. Lett. **81**, 3599 (1998).
[5] A. L. Goodman, Adv. Nucl. Phys. **11**, 263 (1979).
[6] V. M. Strutinski, Nucl. Phys. **A95**, 420 (1967); **A122**, 1 (1968).
[7] W. Satula, D. J. Dean, J. Gary, S. Mizutori, and W. Nazarewicz, Phys. Lett. **B407**, 103 (1997).
[8] K. Kaneko, M. Hasegawa, Prog. Theor. Phys. **106**, 1179 (2001).
[9] M. Hasegawa and K. Kaneko, Phys. Rev. **C59**, 1449 (1999).
[10] K. Kaneko, M. Hasegawa, Phys. Rev. **C60**, 24301 (1999).