

正準相関法に基づく消費構造の統計的分析

内 山 敏 典

1. 課題

わが国経済においては、バブル経済崩壊後、各産業でリストラクチャー(restructure)がなされている。これに伴って、家計においても、リストラクチャーがなされていくものと思われる。家計において、リストラクチャーがなされる可能性があるかどうかは、消費支出に占める各項目の割合(各構成比)の推移を調べることによって、検討することができる。表1-1は、総務庁統計局『家計調査』のデータから作成した、最近9年間の1984～1992年の標準世帯(勤労者)、全世帯および勤労者の消費支出に占める6支出項目(食料費、外食費、被服及び履物費、自動車等関係費、教育費および教養・娯楽費)それぞれの割合である。これらについては、3つの世帯間には若干の数値の差はあるが年次的な推移は同様の動きをしている。6項目のなかで、年次的な減少はあるものの、消費支出に占める食料費の割合(エンゲル係数)がかなり大きい。それゆえ、家計のリストラクチャーは、まず食料項目への支出からなされるものと思われる。つぎに、それは食料費を除く、5支出項目すなわち非食料費へとなされてゆくであろう。これらの非食料項目以外にもリストラクチャーの対象となるものもあるが、3つの世帯共、ここで取り上げた6項目で全支出項目の約60%を占めているので、これらの支出項目が重要である。

表1-1. 各世帯別支出項目の構成比の推移

| (a) 標準世帯 (勤労者) | | | | | | |
|----------------|------|------|---------|---------|------|-------|
| 項目 年次 | 食料費 | 外食費 | 被服及び履物費 | 自動車等関係費 | 教育費 | 教養娯楽費 |
| | 消費支出 | 消費支出 | 消費支出 | 消費支出 | 消費支出 | 消費支出 |
| 1984 | 27.5 | 4.1 | 7.1 | 5.2 | 5.7 | 9.9 |
| 1985 | 27.0 | 4.2 | 7.0 | 5.1 | 5.7 | 9.9 |
| 1986 | 27.2 | 4.3 | 6.9 | 5.7 | 5.9 | 9.9 |
| 1987 | 26.5 | 4.2 | 6.8 | 5.8 | 6.3 | 9.8 |
| 1988 | 25.9 | 4.3 | 7.0 | 4.9 | 6.8 | 10.5 |
| 1989 | 25.7 | 4.2 | 7.2 | 5.9 | 6.1 | 10.8 |
| 1990 | 25.7 | 4.3 | 7.3 | 5.4 | 7.0 | 11.2 |
| 1991 | 25.6 | 4.4 | 7.0 | 5.9 | 7.3 | 10.5 |
| 1992 | 25.0 | 4.3 | 6.9 | 5.6 | 7.9 | 11.3 |

| (b) 全世帯 | | | | | | |
|----------|------|------|---------|---------|------|-------|
| 項目 年次 | 食料費 | 外食費 | 被服及び履物費 | 自動車等関係費 | 教育費 | 教養娯楽費 |
| | 消費支出 | 消費支出 | 消費支出 | 消費支出 | 消費支出 | 消費支出 |
| 1984 | 29.7 | 4.4 | 7.3 | 4.9 | 4.0 | 9.1 |
| 1985 | 29.2 | 4.4 | 7.5 | 5.0 | 4.0 | 9.1 |
| 1986 | 29.0 | 4.6 | 7.5 | 5.0 | 4.1 | 9.3 |
| 1987 | 28.3 | 4.5 | 7.5 | 5.1 | 4.3 | 9.3 |
| 1988 | 27.7 | 4.6 | 7.6 | 5.1 | 4.4 | 9.6 |
| 1989 | 27.5 | 4.5 | 7.7 | 5.2 | 4.5 | 9.8 |
| 1990 | 27.6 | 4.5 | 7.8 | 5.2 | 4.7 | 10.0 |
| 1991 | 27.4 | 4.5 | 7.7 | 5.2 | 4.3 | 10.0 |
| 1992 | 27.0 | 4.5 | 7.4 | 5.2 | 4.6 | 10.2 |

| (c) 勤労者世帯 | | | | | | |
|-----------|------|------|---------|---------|------|-------|
| 項目 年次 | 食料費 | 外食費 | 被服及び履物費 | 自動車等関係費 | 教育費 | 教養娯楽費 |
| | 消費支出 | 消費支出 | 消費支出 | 消費支出 | 消費支出 | 消費支出 |
| 1984 | 28.0 | 4.3 | 7.1 | 5.6 | 4.1 | 8.9 |
| 1985 | 27.6 | 4.3 | 7.3 | 5.7 | 4.2 | 8.9 |
| 1986 | 27.4 | 4.5 | 7.4 | 5.8 | 4.5 | 9.1 |
| 1987 | 26.7 | 4.4 | 7.4 | 6.0 | 4.6 | 9.0 |
| 1988 | 26.2 | 4.5 | 7.4 | 5.9 | 4.7 | 9.4 |
| 1989 | 26.1 | 4.4 | 7.5 | 5.9 | 4.9 | 9.6 |
| 1990 | 26.0 | 4.4 | 7.5 | 5.9 | 5.1 | 9.8 |
| 1991 | 26.0 | 4.4 | 7.4 | 5.9 | 5.0 | 9.8 |
| 1992 | 25.5 | 4.3 | 7.2 | 5.9 | 5.3 | 10.0 |

家計のリストラクチャーは、まず食料費についてなされ、つぎに非食料費についてなされていくものと思われる。それは、消費支出に占める食料費の割合が年次的な減少があるものの依然と大きな値を示しており、それに占める外食費、被服及び履物費および自動車等関係費それぞれの割合は食料費のそれと比較して小さな値で年次的に安定した値であるためである。また、それは、消費支出に占める教育費および教養・娯楽費それぞれの割合は、年次的に増加傾向の値を示しているが、食料費のそれと比較すると、依然としてかなり小さな値であるためである。これらのことから、まず食料費がリストラクチャーの対象になるものと思われる。他の5つの支出項目すなわち非食料費は、それが単独ではなく、それぞれが絡み合っ

てリストラクチャーされてゆくものと思われる。

本研究は、今後の消費需要の因果分析をおこなうために、家計の消費構造の動向の分析をおこなわなければならない。そのために、最初にリストラクチャーがなされる可能性のある食料費、つぎにそれがなされる可能性のある上述の食料費を除く5項目の非食料費はそれぞれそれらの価格指数と強い関係があるものと考えられる。この分析をおこなうことは、バブル経済崩壊によって、所得の増加は望めず、財政逼迫にともなう公共財価格の上昇が価格指数の上昇をもたらすからである。そこで、食料費と非食料費とによって構成される消費支出という合成変量が、食料価格指数と非食料価格指数によって構成される消費者価格指数の合成変量とどのように関係しているかを分析する必要がある。

この分析をおこなう技法に、多変量解析の一つである正準相関分析法 (canonical correlation method) がある。この技法は、合成変量間の相関分析であり、通常の相関分析と異なっている。本分析の場合、1人当たりの食料費 (実質) および1人当たりの非食料費 (実質) と食料の価格指数 (実

質) および非食料の価格指数(実質)から、費用項目の線形結合と価格指数の線形結合をそれぞれ求め、最大の正準相関を求める。その際、非食料の価格指数は、外食費、被服及び履物費、自動車等関係費、教育費および教養・娯楽費それぞれの価格指数の幾何平均を求め、それを消費者物価指数(総合)での実質化をおこなった。このような分析を通じて、リストラクチャーに影響を受けるとされるわが国の消費構造が、将来的に合成変数および合成変数を構成している各項目の需要分析をおこなう場合の助けとなるであろう。

2. モデルの設定

本研究は、1章の課題で述べた家計の消費構造の動向の分析をおこなうために、消費支出の合成変数が消費者価格指数の合成変数とどのように関係しているかの分析をおこなう。この分析をおこなうための正準相関の分析モデルは以下の通りである。すなわち、消費支出の合成変数(X_{1t} , X_{2t})が消費者価格指数の合成変数(Y_{1t} , Y_{2t})とどのような関係があるかは、 X_{1t} , X_{2t} を $X^{\#}_t (= \alpha_1 X_{1t} + \alpha_2 X_{2t})$ とし、 Y_{1t} , Y_{2t} を $Y^{\#}_t (= \beta_1 Y_{1t} + \beta_2 Y_{2t})$ とし、 $X^{\#}_t$ と $Y^{\#}_t$ の相関を最大にするように α_j および β_j を決める。そして、合成変数である $X^{\#}_t$ と $Y^{\#}_t$ の相関係数は、

$$\rho_c = \frac{\text{cov}(X^{\#}_t, Y^{\#}_t)}{\sqrt{\text{var}(X^{\#}_t) \text{var}(Y^{\#}_t)}} \quad (2-1)$$

ここで、 t は期間を示す下付き添字である。この ρ_c が正準相関係数で、後で示す固有値が最大のを、第1正準相関係数($\rho_c^{(1)}$)であり、本分析で求めるものである。また、 $X^{\#}_{1t}$, $Y^{\#}_{1t}$ に相関がないように $X^{\#}_{2t}$, $Y^{\#}_{2t}$ によって定められた $\rho_c^{(2)}$ を第2正準相関係数という。

この(1-1)式の ρ_c を求めるために、まず、非食料の価格指数を求め、それと食料の価格指数との合成変量を求めなければならない。それは次式の幾何平均で求める。すなわち、

$$Y_{2t} = \sqrt[5]{P_{1t} \cdot P_{2t} \cdot P_{3t} \cdot P_{4t} \cdot P_{5t}} \quad (2-2)$$

ここで、 P_1, P_2, P_3, P_4 および P_5 はそれぞれ外食費、被服及び履物費、自動車等関係費、教育費および教養・娯楽費の価格指数である。つぎに、食料費、非食料費、食料の価格指数および非食料の価格指数の相関係数行列 R を求める。この R は次のような分割行列になっている。すなわち、

$$R = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{pmatrix} \quad (2-3)$$

ここで、 R_{11} は X 間の相関行列、 R_{12} は XY 間の相関行列、 R_{22} は Y 間の相関行列および R_{21} は R_{12} の転値された相関行列である。正準相関の目的は、 $X_t^\#$ と $Y_t^\#$ の相関を最大にすると同時に、他の変数（本研究では、2種類のケースであるため、第3の変数はない）との共分散をゼロにするように係数を求める。このようにすることによって、2つのグループの関係がもっとも簡潔な形に集約されうる。そこで、そのためには次式を求める。すなわち、

$$A = R_{22}^{-1} R_{21} R_{11}^{-1} R_{12} \quad (2-4)$$

この(2-4)式の固有値を求めるために、次の特性方程式を解くことになる。
すなわち、

$$|A - \lambda^2 I| = 0 \quad (2-5)$$

ここで、 λ^2 は正準相関分析における固有値であり、 λ は正準相関係数である。(2-5)式より、固有ベクトルは次式で求める。すなわち、

$$(A - \lambda^2 I) \beta = 0 \quad (2-6)$$

ここで、 β は β_1 および β_2 である。そして、(2-6)式の2行1列および2行2列の要素をそれぞれゼロ、 $\beta_2 = 1$ とすれば、 β_1 を求めることができる。しかしながら、この β は条件 $\beta^T R_{22} \beta = 1$ (T は転置を示す上付き添字)を満たさないので、これを修正しなければならない。それゆえ、 $\beta^T R_{22} \beta = k$ を求め、 β を \sqrt{k} で割ることを考える。そうすることによって $Y_t^\#$ の β_1 および β_2 を求めることができる。これらを通じて、 $X_t^\#$ の α_1 および α_2 は次式で求める。すなわち、

$$\alpha_j = \frac{R_{11}^{-1} R_{12} \beta_j}{\lambda_j^2} \quad (2-7)$$

(2-6)式および(2-7)式から得られる α_j および β_j を通じて $X_t^\#$ および $Y_t^\#$ の方程式は、

$$\begin{aligned} X_t^\# &= \alpha_1 X_{1t} + \alpha_2 X_{2t} \\ Y_t^\# &= \beta_1 Y_{1t} + \beta_2 Y_{2t} \end{aligned} \quad (2-8)$$

この(2-8)式の $X^{\#}_t$ および $Y^{\#}_t$ はそれぞれ予測値であり、これらの値の相関係数分析あるいは単回帰分析をおこなうことによって、上記の(2-1)式の ρ_c を求めることができる。

このようにして得られた正準相関係数は、食料費と非食料費の合成変量 ($X^{\#}_t$) と、食料の価格指数と非食料の価格指数の合成変量 ($Y^{\#}_t$) とが強い関係をもつとすると、合成変量および合成変量を構成している各項目の需要分析をおこなう場合、支出項目にとってその価格が重要な要因(説明変数)となるであろう。

計測された正準相関係数の有意性を確かめるために、Batlettの検定統計量が用いられる。これは、一般的に、 q 個の X 変数が p 個の Y 変数と相関を持たないという帰無仮説を検定するものである。その検定統計量は、

$$\Lambda = \prod (1 - \lambda_i^2) \quad (2-9)$$

で、この関数 Λ は近似的に自由度 n_1 , n_2 の χ^2 分布をする。すなわち、

$$\chi^2 = - [n - 0.5 (n_1 + n_2 + 1)] \ln \Lambda \quad (1-10)$$

$$n = N - 1$$

本分析は、(2-9)式および(2-10)式を用い、正準相関係数の有意性の検定をおこなう。

3. データ

本研究の分析で使用したデータは、表1-1について、総務庁統計局『家計調査年報』の標準世帯(勤労者)、全世帯および勤労者世帯それぞれの

食料費， 外食費， 被服及び履物費， 自動車等関係費， 教育費および教養・娯楽費であり， それらの支出項目を消費支出で除している。食料費および非食料費についてのデータは， 総務庁統計局『家計調査年報』（全世帯）のものであり， 非食料費は外食費， 被服及び履物費， 自動車等関係費， 教育費および教養・娯楽費の合計である。食料費および非食料費についての価格指数データは， 総務庁統計局『消費者物価指数』からのものであり， 非食料費の価格指数は上記の5支出項目の価格指数の幾何平均である。

本分析の計測期間は第1次石油ショック以降の1975～1992年で， 食料費， 非食料費， 食料費の価格指数および非食料費の価格指数の実質化に総務庁統計局『消費者物価指数』の消費者物価指数総合（基準時， 1990年）を使用した。

4. 計測結果

3章のデータを用い， 食料費， 非食料費， 食料価格指数および非食料価格指数の相関係数を求めたのが表4-1である。その相関係数行列を通じて， (2-3)式の分割行列等を通じて， 2つのグループの関係がもっとも簡潔に集約されるという(2-4)式で行列 \mathbf{A} を求めたのが表4-2である。(2-4)式の固有値を求めるために(2-5)式の特徴方程式を解いたものが表4-3である。(2-6)式を通じ， β の条件を満たすように数学的操作をおこない β_j を求めたのが表4-4である。(2-7)式を通じて α_j を求めたのが表4-5である。(2-6)式および(2-7)式から得られた値を通じて， (2-8)式のように表記したものが表4-6である。(2-8)式の予測値を， 単回帰分析 [ここで得られる決定係数の平方根が(2-1)式の正準相関係数になる] したものが表4-7である。(2-9)式および(2-10)式を用いて， 正準相関係数の有意性の検定をおこなったのが表4-8である。

表4-1. 各要因間の相関係数行列 (分析期間：1975—1992年，以下の表も同断)

| 要 因 | 食料費 X_1 | 非食料費 X_2 | 食料価格指数 Y_1 | 非食料価格指数 Y_2 |
|---------------|--------------|---------------|-----------------|------------------|
| 食 料 費 X_1 | 1.0000 | 0.3900 | 0.1947 | 0.0942 |
| 非 食 料 費 X_2 | 0.3900 | 1.0000 | 0.9471 | 0.9275 |
| 食料価格指数 Y_1 | 0.1947 | 0.9471 | 1.0000 | 0.9920 |
| 非食料価格指数 Y_2 | 0.0942 | 0.9275 | 0.9920 | 1.0000 |

表4-2. 行列 A の値

| | |
|--------|---------|
| 0.4332 | -0.2235 |
| 0.5038 | 1.1663 |

モデル：(2-4)式.

表4-3. 行列 A の固有値およびそのトレース

| | | |
|---------|--------------------------------------|-----------------|
| 成分No.1 | 0.9470 | → λ_1^2 |
| 成分No.2 | 0.6521 | → λ_2^2 |
| A のトレース | $\lambda_1^2 + \lambda_2^2 = 1.5995$ | |

モデル：(2-4)式および(2-5)式.

表4-4. β_j の値

| | |
|-----------|---------|
| β_1 | -0.7604 |
| β_2 | 1.7497 |

モデル：(2-6)式等.

表4-5. α_j の値

| | |
|------------|---------|
| α_1 | -0.4062 |
| α_2 | 1.0858 |

モデル：(2-7)式.

表4-6. α_j および β_j のモデルによる表記

$$X^{\#}_t = -0.4062 X_{1t} + 1.0858 X_{2t} \text{ (支出)}$$

$$Y^{\#}_t = -0.7604 Y_{1t} + 1.7497 Y_{2t} \text{ (価格指数)}$$

モデル：(2-8)式.

表4-7. $X^{\#}_t$ と $Y^{\#}_t$ の単回帰分析および正準相関係数

$$X^{\#}_t = 212821.7715^* + 4620.3021^* Y^{\#}_t$$

$$(42626.3386) \quad (498.2281)$$

$$\rho_c = 0.9182$$

モデル：単回帰分析および(2-1)式.

() 内の値は係数の標準誤差.

*は5%で有意。

表4-8 .正準相関係数の有意性の検定

$$\Lambda = (1-0.9497) (1-0.6521) = 0.01829954$$

$$\chi^2 = -[17-0.5 (2+2+1)] \ln (0.01829954)$$

$$= 58.0128$$

$$P (\chi^2 = 58.0128) > P \left(\begin{array}{l} \chi_2 = 9.49 \\ 0.05 \end{array} \right)$$

であるので、 $X^{\#}_t$ と $Y^{\#}_t$ とが無関係という仮説を棄却し、統計的に有意である。

モデル：(2-9)式および(2-10)式.

5. 考察と結論

本研究の課題である家計のリストラクチャーに基づいて、わが国の消費構造が将来的にどのようなものになるかという需要分析する際の重要な助けとなる傾向分析を、正準相関法でおこなった。この分析法を用いた理由は、まず、消費支出に占める各項目（6項目）それぞれの割合のなかで食料費が大きく、その推移も減少しているからである。つぎに、構成比の割合が大きい食料費の影響を受けて、各項目のそれぞれの構成比の割合が小さい5項目も、それらを非食料費とすると、総合的に影響されるためである。さらに、食料費および非食料費はともにそれぞれの価格指数になんらかの影響を及ぼされているものと思われるからである。そこで、本章はこれらを分析した4章の計測結果の考察をおこなう。

まず、表4-1の各要因の相関係数行列の考察をおこなう。相関係数行列から、すべての係数は正の値である。しかし、食料費と食料の価格指数との相関係数は0.1947で、小さな正の値であり、食料の価格指数の上昇（下落）がこの支出の増加（減少）とあまり関係がない。非食料支出と非食料の価格指数との相関係数は0.9275で、大きな正の値であり、非食料の価格指数の上昇（下落）がこの支出の増加（減少）と強い関係があるということを示している。食料支出と非食料支出との相関係数は0.3900で、食料支出が増加（減少）したからといって、非食料支出を増加（減少）させる影響力は小さい。食料の価格指数と非食料の価格指数との相関係数は0.9920で、大きな正の値であり、前者の価格指数の上昇（下落）が後者の価格指数の上昇（下落）と大きく関係もっている。このように、食料費と非食料費の関係および食料費と食料費の価格指数の関係はともに大きくないが、それらの価格指数の関係および非食料費とその価格指数の関係はともに大きい。それゆえ、各支出項目の相関係数行列による個々の関係の分析では、

消費構造の傾向を分析できないので、合成変量に基づく関係の傾向分析をおこなった。

つぎに、表4-2～4-6は、表4-7の正準相関係数を求めるための計算プロセスのなかで、とくに重要な計測値を表記している。それゆえ、正準相関係数の計測結果である表4-7およびその検定をおこなった表4-8を考察する。食料費および非食料費の合成変量と、食料価格指数および非食料価格指数の合成変量との相関係数（正準相関係数）は0.9182であり、強い相関関係があることを意味している。そして、この係数の値は、表4-8に示すように、統計的に有意である。それゆえ、この分析で言えることは、食料費および非食料費の合成変量が増加（減少）すると、食料価格指数および非食料価格指数を増加（減少）する関係が強いということである。

以上の考察から、本研究の結論づけをおこなえば、以下のようなになる。

- (1) 各項目の構成比の推移から、家計のリストラクチャーは、まず食料費についてなされるであろう。食料費を除く各項目の構成比の推移から、各項目の構成比は小さく、各項目それぞれ単独にリストラクチャーはなされにくく、それらの項目の総合すなわち非食料費としてそれがなされるであろう。
- (2) 食料費と非食料費、食料費と食料価格指数との相関はさほどないが、非食料費と食料価格指数、非食料費と非食料価格指数、食料価格指数と非食料価格指数との相関は大きく、このことから(1)の結論が裏付けられる。
- (3) (2)の結論から各要因単独の関係分析ではなく、食料費および非食料費の合成変量と、食料価格指数および非食料価格指数の合成変量との関係分析をおこなう必要がある。前者の合成変量と後者の合成変量との関係が非常に強いということは、(1)の結論をさらに裏付けている。

本研究の3つの結論から、家計のリストラクチャーを取り扱う消費構造の分析をする場合、食料費の中のより細分化された支出項目の需要分析をおこなうことの意味が明らかとなった。

【参考文献】

- [1] Kendall, M. G., *A Course in Multivariate Analysis*, Charles Griffin & Co, Ltd., 1968. (M.G.ケンドール著, 浦昭二・竹並輝之共訳『多変量解析の基礎』サイエンス社, 1979年1月.)
- [2] 奥野忠一他著『続 多変量解析法』日科技連, 1976年3月.
- [3] Theil, H., *Principles of Econometrics*, John Wiley & Sons, Inc., 1971.